На правах рукописи

Ильенков Роман Ярославович

Двухуровневый атом в поле стоячей световой волны: полный квантовый учет эффектов отдачи и пространственной локализации

01.04.21 – лазерная физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет» и Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук.

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук Юдин Валерий Иванович
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук Пархоменко Александр Иванович, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт автоматики и электрометрии СО РАН, ведущий научный сотрудник
	доктор физико-математических наук Рождественский Юрий Владимирович, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики.
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН

Защита состоится «29» января 2016 года в   час. на заседании диссертационного совета Д 003.024.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт лазерной физики СО РАН, расположенном по адресу: 630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева 13/3.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан «____» ___________ 201__ г.
Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук   Никулин Н. Г.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Изобретение лазеров дало ученым мощный и точный инструмент для управления внутренними и поступательными степеням свободы атомов и ионов, коллимации, отклонения, охлаждения и коллимирования атомных пучков [1]. Получаемые с помощью лазерного охлаждения ультрахолодные атомы находят широкие направления в различных областях науки и техники. Лазерно-охлажденные атомы практически свободны от линейного и квадратичного эффекта Доплера, что делает их крайне перспективными в области метрологии, и в сочетании с современными спектроскопическими методами позволяет разрабатывать стандарты частоты и времени нового поколения. Точность и стабильность таких стандартов достигает порядка 10^{-17}-10^{-18} [2,3]. Фундаментальное значение носит исследование конденсата Бозе-Эйнштейна и вырожденного Ферми-газа [4,5], в получении которых лазерное охлаждение сыграло значительную роль. Важность исследований, связанных с различными аспектами лазерного охлаждения и пленения атомов, была подтверждена нобелевскими премиями, полученными основоположниками данного научного направления [6,7,8]. Однако основная сложность теоретического описания взаимодействия атомов с полем заключается в том, что кинетика нейтральных атомов в когерентных световых полях описывается квантово-кинетическими уравнениями для двухточечной атомной матрицы плотности, включающими все атомные уровни и когерентности между ними, а также учитывающими эффекты отдачи, возникающие в процессах поглощения и излучения фотонов поля. Это необходимо для исследования когерентного пленения населенностей, в том числе селективного по скорости [9,10]. Для качественного описания кинетических эффектов изначально был развит квазиклассический подход (см. например [11,12]), где уравнения для квантовой матрицы плотности сводились к уравнению Фоккера-Планка для функции распределения в фазовом пространстве. Основным условием применимости квазиклассического подхода является малость параметра отдачи w_r / γ, где γ скорости спонтанного излучения, а $(\hbar k)^2 / 2M$ - энергия отдачи, получаемая атомом с массой M в покое при излучении или поглощении фотона с импульсом $\hbar k$. В рамках данного подхода были получены выражения для силы и ее флуктуаций, которые приводят к диффузии, позволяющие качественно описать эффекты охлаждения и динамику атомов в лазерных полях [13], доплеровское и субдоплеровское охлаждение атомов в монохроматических и бихроматических полях [14]. Позже были развиты квантовые методы, позволяющие описать кинетику атомов, выходящую за рамки квазиклассического приближения [15,16,17]. Стоит отметить, что развитые квантовые подходы также имеют ряд ограничений. Так, например, для описания охлаждения и локализации атомов в оптическом потенциале используется квантовый подход на основе секулярного приближения [17,18,19,20,21], имеющего место в пределе

$$\sqrt{U_0 / \hbar w_r} \ll \delta / \gamma \tag{1}$$

Данное приближение предполагает, что расстояние между энергетическими зонами в оптическом потенциале больше их ширины, обусловленной оптической накачкой и туннелированием. Световой сдвиг U_0 определяет глубину оптического потенциала, $\delta = \omega - \omega_0$ отстройка частоты светового поля ω от частоты атомного перехода ω_0. При фиксированной глубине оптического потенциала, данное приближение справедливо в пределе больших отстроек. И, наоборот, при заданной отстройке оно нарушается в глубоком оптическом потенциале. Более того, даже при выполнении условия (1) секулярное приближение корректно описывает лишь нижние колебательные уровни оптического потенциала и нарушается для более высоких, где разрешение между ними становится меньшим вследствие эффектов ангармонизма. Соответственно и для атомов совершающих надбарьерное движение секулярное приближение так же неприменимо.

Поэтому, было необходимо создать метод, который позволит исследовать кинетику атомов в световом поле вне рамок вышеописанных приближений: получать пространственные и импульсные стационарные распределения, и более подробно исследовать области параметров, где те или иные приближения неприменимы. Примерами таких режимом служат: глубокое охлаждение атомов до предела отдачи, вторая стадия охлаждение щелочноземельных металлов на интеркомбинационных переходах. Отдельной проблемой важной для практического применения и задач оптимизации режимов лазерного охлаждения является информация о времени, которое потребуется для охлаждения атомов до необходимой температуры и их локализации в оптическом потенциале. При этом прямое динамическое решение задачи об охлаждении атомов в поле резонансного монохроматического излучения, включающее полный учет эффектов отдачи и локализации атомов, например, методом Монте-Карло [22], обладает рядом существенных недостатков. Во-первых, добавление временной сетки приводит к значительному увеличению требуемых расчетных ресурсов и затрачиваемого машинного времени. Во-вторых, в любом численном расчете постоянно накапливается ошибка, следовательно, точность решения будет ограниченна этой ошибкой, а её накопление, даже в задачах без учета локализации, может привести к тому, что нельзя будет не только получить информацию о времени переходного процесса, но даже быть уверенным в физической достоверности итогового стационарного распределения. Поэтому, актуален поиск методов, позволяющих получать информацию о временных характеристиках процесса охлаждения атомов без прямого решения динамической задачи.

Цель и задачи диссертационной работы

Целью настоящей диссертационной работы является построение квантовой модели лазерного охлаждения и пространственной локализации ансамбля двухуровневых атомов в поле стоячей световой волны. Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

1. В рамках формализма матрицы плотности развить и численно реализовать метод поиска стационарного решения квантового кинетического уравнения для атомной матрицы плотности с полным учетом эффектов отдачи и локализации в световом поле, образованном встречными волнами произвольной интенсивности.
2. Исследовать кинетику атомов в координатном, импульсном и фазовом пространстве, сравнить получаемые результаты с квазиклассическим и секулярным приближениями.
3. Развить статистический подход к динамике лазерного охлаждения на основе формализма матрицы плотности с учетом поступательных степеней свободы. Численно реализовать его как для квазиклассического подхода на основе уравнения Фоккера-Планка, так и для квантового подхода с полным учетом эффектов отдачи и локализации атомов.
4. Проанализировать зависимость времени установления средней кинетической энергии от параметров задачи (частота Раби, частота отдачи, отстройка)

Научная новизна

- Предложен новый подход к теоретическому описанию кинетики ансамбля атомов в поле встречных волн с полным учетом эффекта отдачи и локализации, позволяющий получать стационарные распределения атомов в импульсном, координатном и фазовом пространствах.
- Впервые исследованы границы применимости квазиклассического приближения и режимы большой энергии отдачи.
- Впервые обнаружен эффект аномальной локализации атомов в поле сильной стоячей световой волны. И дана его качественная интерпретация.
- Разработан общий метод статистического анализа динамики квантовых систем не требующий решения динамической задачи.
- Метод применен к двухуровневому атому, как для полного квантового расчета, так и для квазиклассического приближения на основе уравнения Фоккера-Планка. Найдены зависимости времени установления средней кинетической энергии от параметров задачи: частоты Раби, частоты отдачи и отстройки лазерного поля.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретические результаты, представленные в диссертационной работе, имеют важное научное значение, поскольку на примере двухуровневого атома демонстрируется методика, которая позволяет быстро и эффективно получать стационарные распределения атомов при различных значениях параметров задачи, а так же получать временные характеристики процесса охлаждения, без необходимости решения динамической задачи. Развитый метод является универсальным и может быть использован для анализа кинетики атомов в световом поле с дисбалансом интенсивностей, распространен на случай вырожденных по проекции углового момента переходов, что позволяет естественным образом учесть влияние поляризации световых полей. Практическую значимость заключается в оптимизации режимов лазерного охлаждения реальных атомов.

Защищаемые положения

1. Построенная квантовая модель позволяет полностью учесть эффекты отдачи, поступательное движение атомов и позволяет получать

стационарные импульсные и пространственные распределения двухуровневых атомов в поле стоячей световой волны в широком диапазоне изменения параметров задачи (частоты Раби, частоты отдачи и отстройки).
2. В сильном световом поле атомы локализуются в максимумах оптического потенциала и на его склонах вследствие немонотонного распределения атомов по энергиям.
3. Разработанный универсальный статистический подход позволяет получать временные характеристики лазерного охлаждения без решения динамической задачи.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих международных конференциях и семинарах:

1. Семинары ИЛФ СО РАН, НГУ, ИФП СО РАН
2. Молодежная конкурс-конференции "Фотоника и оптические технологии". Новосибирск, Россия. 10–12 февраля, 2010.
3. XLVIII Международная научная студенческая конференция "Студент и научно технический прогресс" (Физика). Новосибирск, Россия. 10–14 апреля, 2010.
4. XLIX Международная научная студенческая конференцая "Студент и научно технический прогресс"(Физика). Новосибирск, Россия. 16–20 апреля, 2011.
5. 1st International Conference on Quantum Technologies. Moscow, Russia. 13–17 July, 2011.
6. Молодежная конкурс-конференции "Фотоника и оптические технологии". Новосибирск, Россия. 9–11 февраля, 2011.
7. 50-ая юбилейная Международная научная студенческая конференция "Студент и научно технический прогресс"(Квантовая физика). Новосибирск, Россия. 13–19 апреля, 2012.
8. 23th International Conference on Atomic Physics (ICAP-2012). Palaiseau, France. 23-27 July, 2012.
9. Молодежная конкурс-конфереция "Фотоника и Оптические Технологии". Новосибирск, Россия. 22–28 марта, 2012.
10. 51-ая юбилейная Международная научная студенческая конференция "Студент и научно технический прогресс" (Квантовая физика). Новосибирск, Россия. 12–18 апреля, 2013.

11. 2nd International conference on Quantum Technologies. Moscow, Russia. 20-24 July, 2013.
12. ICONO/LAT2013 (Quantum and Atom Optics). Moscow, Russia. 18-22 June, 2013.
13. XIV-ая международная молодежная конференции по люминесценции и лазерной физики. Село Аршан, республика Бурятия, Россия. 30 июня- 5 июля, 2014.
14. Конференция "Современные проблем телекоммуникаций". Новосибирск, Россия. 23–24 апреля, 2015.
15. 8^{th} Symposium on Frequency Standards and Metrology. Potsdam, Germany. 12–16 October, 2015.
16. 53-я международная научная студенческая конференция. Новосибирск, Россия. 11 — 17 апреля, 2015.
17. The Fifth Russian-Chinese Workshop and School for Young Scientists on Laser Physics and Photonics. Novosibirsk. Russia. 26 - 30 August, 2015.

Публикации

Материалы диссертации опубликованы в 23 работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК и 19 в материалах российских и международных конференций. Список работ приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Работа изложена на 98 страницах, включает в себя 35 рисунков и список цитируемой литературы из 129 наименований.

Личный вклад автора

Все представленные в диссертации результаты, получены автором лично или при непосредственном его участии.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** дается краткий обзор исследований по теме диссертации и обосновывается её актуальность. Приводится структура диссертации, формулируются цель работы, поставленные задачи и выносимые на защиту положения.

В **Главе 1** разрабатывается математический формализм подхода: даются основные понятия о матрице плотности и выводятся уравнения исследуемой системы с учетом спонтанной релаксации, пространственной локализации и эффекта отдачи. Матрица плотности, записанная в векторном виде, раскладывается в ряд Фурье, что совместно с дискретным представлением оператора производной по координате q позволяет воспользоваться методом матричных цепных дробей.

В ***разделе 1.1*** рассматривается формализм матрицы плотности применимо к двухуровневому атому, имеющему внутренние состояния $|1>$ и $|2>$, в таком случае матрица плотности имеет размеры 2х2

$$\hat{\rho} = \sum_{ij=1,2} \rho_{ij}\,|\,i><j\,| = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \tag{1}$$

Гамильтониан в этом случае имеет вид:

$$\hat{H}_0 = \sum_{ij=1,2} E_j\,|\,i><j\,| = \begin{pmatrix} E_{11} & 0 \\ 0 & E_{22} \end{pmatrix} = E_1\,|1><1| + E_2\,|\,2><2\,| \tag{2}$$

Возмущение имеет вид:

$$\hat{V} = \sum_{ij=1,2} V_{ij}\,|\,i><j\,| = V_{12}\,|1><2\,| + V_{21}\,|\,2><1| = \begin{pmatrix} 0 & V_{12} \\ V_{21} & 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

В итоге получается система уравнений на элементы матрицы плотности для неподвижного атома

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{\gamma}{2} + i\delta\right)\tilde{\rho}_{12} = -\dfrac{i}{\hbar} V_0^*(\rho_{22} - \rho_{11}) \\ \left(\dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{\gamma}{2} - i\delta\right)\tilde{\rho}_{21} = -\dfrac{i}{\hbar} V_0(\rho_{11} - \rho_{22}) \\ \dfrac{\partial}{\partial t}\rho_{11} - \gamma\rho_{22} = -\dfrac{i}{\hbar}(V_0^*\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{12}V_0) \\ \left(\dfrac{\partial}{\partial t} + \gamma\right)\rho_{22} = -\dfrac{i}{\hbar}(V_0\tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21}V_0^*) \end{cases}, \tag{4}$$

где $\delta = \omega - \omega_0$ - отстройка лазерного поля от атомного резонанса, γ - частота спонтанной релаксации и оптические когерентности: $\rho_{21} = \tilde{\rho}_{21}e^{-i\omega t}$, $\rho_{12} = \tilde{\rho}_{12}e^{i\omega t}$, а V_0 - амплитуда возмущения. Кроме того, должно выполняться условие нормировки: $\rho_{11} + \rho_{22} = 1$, описывающее то, что число атомов в ансамбле постоянно.

В ***разделе 1.2*** к вышеописанной схеме добавляется учет поступательных степеней свободы атомов, что создаёт необходимость ввода в гамильтониан дополнительного члена – кинетической энергии:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \frac{\hat{p}^2}{2m} \tag{5}$$

Возмущение, в дипольном приближении имеет следующий вид:

$$\hat{V} = -(\vec{d} \cdot \vec{E}) = \hat{V}_0 e^{-i\omega t} + к.с. \tag{6}$$

С учетом этого, система уравнений (4) преобразуется в несколько более сложный вид, учитывающий поступательное движение атомов:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\right)\tilde{\rho}_{12} + \left(\frac{\gamma}{2} + i(\delta - \vec{k}\vec{v})\right)\tilde{\rho}_{12} = -\frac{i}{\hbar} V_0^*(\rho_{22} - \rho_{11}) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} + \frac{\gamma}{2}\right)\tilde{\rho}_{21} + \left(\frac{\gamma}{2} - i(\delta - \vec{k}\vec{v})\right)\tilde{\rho}_{21} = -\frac{i}{\hbar} V_0(\rho_{11} - \rho_{22}) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\right)\rho_{11} = \gamma\rho_{22} - \frac{i}{\hbar}(V_0^* \tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{12} V_0) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}\right)\rho_{22} = -\gamma\rho_{22} - \frac{i}{\hbar}(V_0 \tilde{\rho}_{12} - \tilde{\rho}_{21} V_0^*) \end{cases} \tag{7}$$

где $\rho_{21} = \tilde{\rho}_{21} e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$ и $\rho_{12} = \tilde{\rho}_{12} e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$.

В ***разделе 1.3*** вводится двухточечное представление для матрицы плотности

$$\begin{gathered} \hat{\rho} = \sum_{j_1 j_2} \sum_{\vec{r}_1 \vec{r}_2} \rho_{j_1 j_2}(\vec{r}_1; \vec{r}_2) \mid j_1 >\mid \vec{r}_1 >< j_2 \mid < \vec{r}_2 \mid \\ < \vec{r}_1 \mid \vec{r}_2 >= \delta_{\vec{r}_1 \vec{r}_2}, \; < j_1 \mid j_2 >= \delta_{j_1 j_2} \end{gathered} \tag{8}$$

Оператор кинетической энергии в двухточечном представлении имеет вид:

$$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{j_1 j_2} \sum_{\vec{r}_1 \vec{r}_2} \delta_{\vec{r}_1 \vec{r}_2} \delta_{j_1 j_2} \mid j_1 >< j_2 \mid\mid \vec{r}_1 > \frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2} < \vec{r}_2 \mid \tag{9}$$

В ***разделе 1.4*** описывается вигнеровское приближение, и совершается переход к новым, более удобным для дальнейших расчетов координатам $x = (x_1 + x_2)/2,$ $q = x_1 - x_2$, который, в свою очередь модифицирует производные

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^{\ 2}} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^{\ 2}} \to 2\frac{\partial}{\partial q}\frac{\partial}{\partial x}, \tag{10}$$

кроме того, доказывается, что дифференцирование по импульсу эквивалентно умножению на q

$$q^n \hat{\rho}(r,q) \to \left(i\hbar\right)^n \frac{\partial^n}{\partial p^n}\hat{\rho}(r,p) \tag{11}$$

В ***разделе 1.6*** окончательно конкретизируется система решаемых уравнений для одномерного случая:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial}{\partial q}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\gamma}{2} - i\delta\right)\rho_{21}(\mathrm{x,q}) = \\ = -\frac{i}{\hbar}\left(V(x+q/2)\rho_{11}(\mathrm{x,q}) - \rho_{22}(\mathrm{x,q})V(x-q/2)\right) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial}{\partial q}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\gamma}{2} + i\delta\right)\rho_{12}(\mathrm{x,q}) = \\ = -\frac{i}{\hbar}\left(V^*(x+q/2)\rho_{22}(\mathrm{x,q}) - \rho_{11}(\mathrm{x,q})V^*(x-q/2)\right) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial}{\partial q}\frac{\partial}{\partial x} + \gamma\right)\rho_{22}(\mathrm{x,q}) = \\ = -\frac{i}{\hbar}\left(V(x+q/2)\rho_{12}(\mathrm{x,q}) - \rho_{21}(\mathrm{x,q})V^*(x-q/2)\right) \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial}{\partial q}\frac{\partial}{\partial x}\right)\rho_{11}(\mathrm{x,q}) - \gamma f(q)\rho_{22}(\mathrm{x,q}) = \\ = -\frac{i}{\hbar}\left(V^*(x+q/2)\rho_{21}(\mathrm{x,q}) - \rho_{12}(\mathrm{x,q})V(x-q/2)\right) \end{cases} \tag{12}$$

где m - масса атома.

Возмущение для стоячей волны в резонансном приближении имеет вид:

$$\hat{V}(\mathrm{x}) = \begin{pmatrix} 0 & V^*(\mathrm{x}) \\ V(\mathrm{x}) & 0 \end{pmatrix} \tag{13}$$

$V(\mathrm{x}) = 2\Omega\hbar\cos(kx)$, двойка перед амплитудой указывает на то, что Ω - амплитуда одной волны.

Функция, отвечающая за релаксационные процессы:

$$f(q)=\begin{cases}\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{\cos(q)}{q^2}-\dfrac{\sin(q)}{q^3}+\dfrac{\sin(q)}{q}\right) & при\ q\neq 0\\ 1\ \ при\ q=0\end{cases} \tag{14}$$

Кроме того, формулируется математический метод цепных дробей, который позволяет получить стационарное решение уравнений. Для этого матрица плотности, по определенному закону, записывается в виде вектора-столбца и представляется разложением в ряд Фурье по пространственной координате x, что позволяет получить трехчленную рекуррентную связь между четными и нечетными гармониками:

$$\begin{aligned}\hat{A}(n)\vec{\eta}_n+\hat{M}_-\vec{\sigma}_{n+1}+\hat{M}_+\vec{\sigma}_{n-1}=0\\ \hat{B}(n)\vec{\sigma}_n+\hat{M}_-\vec{\eta}_{n+1}+\hat{M}_+\vec{\eta}_{n-1}=0\end{aligned} \tag{15}$$

где, элементы матриц $\hat{A}(n)$, $\hat{B}(n)$, $\hat{M}_-$, $\hat{M}_+$ - определяются уравнением (12), а их расположение зависят от конкретного способа записи векторов.

Глава 2 посвящена анализу различных значений параметров и сравнению результатов полученных полным квантовым расчетом с результатами приближений.

В ***разделе 2.1*** исследуются квазиклассические режимы ($w_r/\gamma \ll 1$) лазерного охлаждения: импульсные и пространственные распределения атомов. Объясняется обнаруженный эффект аномальной локализации атомов (рис. 1) в поле сильной стоячей световой волны, возникающий вследствие немонотонного распределения атомов по энергиям.

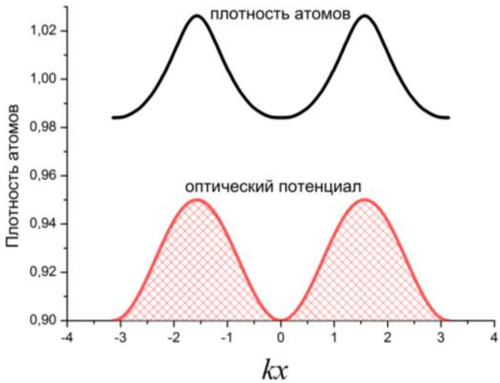

Рис. 1. Аномальная локализация атомов в сильном

световом поле $w_r / \gamma = 0.001$. $\Omega / \gamma = 1$ $\delta / \gamma = 1$

В ***разделе 2.2*** сравниваются результаты квазиклассического и квантового подходов, исследуется область применимости квазиклассического приближения. Показано (см. рис. 2), что с увеличением энергии отдачи не только искажается форма импульсного распределения, но и на энергии отдачи $w_r / \gamma = 0.8$ на крыльях образуются узкие структуры, не наблюдаемые в квазиклассическом приближении .

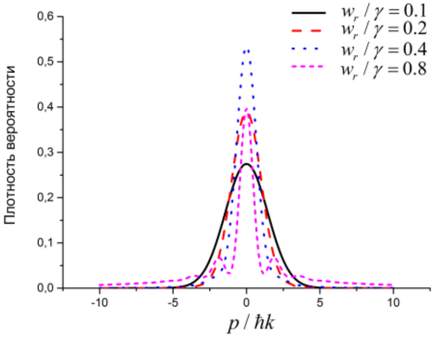

Рис. 2. Импульсные распределения, полученные квантовым методом с полным учетом эффектов отдачи, на крыльях образуются узкие структуры. Параметры задачи $\Omega / \gamma = 0.01$ $\delta / \gamma = -1$.

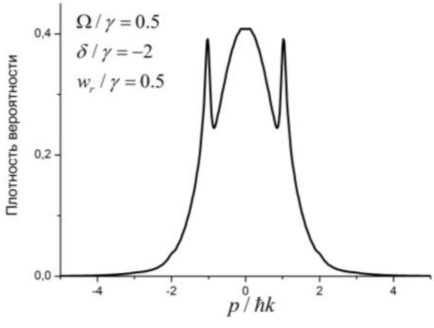

Рис. 3. Ярко выраженные узкие структуры порядка импульса одного фотона.

В ***разделе 2.3*** анализируется режим большой частоты отдачи, дается сравнение с результатами секулярного приближения. Показано, что полный квантовый расчет в некоторых режимах имеет качественное согласование с результатами, а в других дает заведомо более корректный результат. В режиме большой частоты отдачи обнаруживаются узкие структуры порядка импульса одного фотона (рис.3).

В **Главе 3** дается общая формулировка статистического подхода к динамике лазерного охлаждения, позволяющего получить матрицу временных характеристик, содержащую в себе информацию о различных динамических характеристиках установления процесса.

В ***разделе 3.1*** метод описывается в общем виде. Общее решение квантово-механического уравнения на матрицу плотности можно представить в следующем виде:

$$\hat{\rho}(\mathrm{t}) = \hat{\rho}_{st} + \hat{\rho}_{din}(\mathrm{t}), \tag{16}$$

где $\hat{\rho}_{din}(\mathrm{t})$ динамическая добавка, удовлетворяющая асимптотическому условию $\hat{\rho}_{din}(+\infty) \to 0$. Уравнение на динамическую добавку будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho}_{din}(\mathrm{t}) = \hat{L}\{\hat{\rho}_{din}(\mathrm{t})\}, \qquad \mathrm{Tr}[\hat{\rho}_{din}(\mathrm{t})] = 0 \tag{17}$$

где $\hat{L}\{...\}$ - линейный операторный функционал, который не зависит от времени и описывает как взаимодействие с внешними полями, так и релаксационные процессы различной природы (спонтанные, столкновительные, пролетные и т.д.).

Проинтегрировав (17) по времени и подставляя (16), получим:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\partial \hat{\rho}_{din}(\mathrm{t})}{\partial t} dt = \hat{\rho}_{st} - \hat{\rho}(0) = L\left\{\int_0^{+\infty} \hat{\rho}_{din}(\mathrm{t}) dt\right\}. \tag{18}$$

где $\hat{\rho}(0)$ - начальное распределение атомов.

Введя обозначение $\hat{\tau} = \int_0^{+\infty} \hat{\rho}_{din}(\mathrm{t}) dt$ окончательно запишем:

$$L\left\{\hat{\tau}\right\} = \hat{\rho}_{st} - \hat{\rho}(0), \quad \mathrm{Tr}[\hat{\tau}] = 0. \tag{19}$$

В матрице временных характеристик $\hat{\tau}$ содержится большое количество различной информации о временах и динамике установления стационарного решения для матрицы плотности. При этом, не требуется решать динамическое уравнение, а достаточно знать стационарное решение $\hat{\rho}_{st}$ и начальные условия $\hat{\rho}(0)$.

В ***разделе 3.2*** показана применимость метода статистического подхода к динамике на случай двухуровневого атома с учетом вырождения атомных уровней по проекции углового момента. Система уравнений на элементы матрицы плотности в общем случае, имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{i\hbar}{2m}\left(\Delta_{\vec{r}_1}-\Delta_{\vec{r}_2}\right)+\frac{\gamma}{2}-i\delta\right)\hat{\rho}_{eg}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)=\\
&=\frac{i}{\hbar}\left[\hat{V}(\vec{r}_1)\hat{\rho}_{gg}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)-\hat{\rho}_{ee}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)\hat{V}(\vec{r}_2)\right],\\
&\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{i\hbar}{2m}\left(\Delta_{\vec{r}_1}-\Delta_{\vec{r}_2}\right)+\frac{\gamma}{2}+i\delta\right)\hat{\rho}_{ge}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)=\\
&=\frac{i}{\hbar}\left[\hat{V}^{*}(\vec{r}_1)\hat{\rho}_{ee}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)-\hat{\rho}_{gg}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)\hat{V}^{*}(\vec{r}_2)\right],\\
&\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{i\hbar}{2m}\left(\Delta_{\vec{r}_1}-\Delta_{\vec{r}_2}\right)+\gamma\right)\hat{\rho}_{ee}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)=\\
&=\frac{i}{\hbar}\left[\hat{V}(\vec{r}_1)\hat{\rho}_{ge}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)-\hat{\rho}_{eg}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)\hat{V}^{*}(\vec{r}_2)\right],\\
&\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{i\hbar}{2m}\left(\Delta_{\vec{r}_1}-\Delta_{\vec{r}_2}\right)\right)\hat{\rho}_{gg}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)-\gamma\hat{\rho}_{ee}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)=\\
&=\frac{i}{\hbar}\left[\hat{V}^{*}(\vec{r}_1)\hat{\rho}_{eg}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)-\hat{\rho}_{ge}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)\hat{V}(\vec{r}_2)\right],\\
&\mathrm{Tr}[\hat{\rho}_{ee}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)]+\mathrm{Tr}[\hat{\rho}_{gg}(\vec{r}_1,\vec{r}_2)]=1.
\end{aligned}
\tag{20}
$$

Выражение для оператора прихода

$$
\gamma_{aa'}^{bb'}=\gamma\{\mathrm{q}_0\left(k\left|\vec{r}_1-\vec{r}_2\right|\right)\sum_{\beta=0,\pm1}\left\langle J_e,\mu_b\left|(\vec{r}_1)\hat{D}_\beta\right|J_g,\mu_a\right\rangle(\vec{r}_1)^{*}\left\langle J_e,\mu_{b'}\left|(\vec{r}_2)\hat{D}_\beta\right|J_g,\mu_{a'}\right\rangle(\vec{r}_2)+
$$

$$
+\mathrm{q}_0\left(k\left|\vec{r}_1-\vec{r}_2\right|\right)\left\langle J_e,\mu_b\left|(\vec{r}_1)\hat{n}_{12}\right|J_g,\mu_a\right\rangle(\vec{r}_1)^{*}\left\langle J_e,\mu_{b'}\left|(\vec{r}_2)\hat{n}_{12}\right|J_g,\mu_{a'}\right\rangle(\vec{r}_2)\},
\tag{21}
$$

где $\hat{n}_{12}=\hat{d}\cdot\vec{n}_{12}$, $\vec{n}_{12}=(\vec{r}_1-\vec{r}_2)/\left|\vec{r}_1-\vec{r}_2\right|$

Функции

$$q_0(x) = \frac{3}{4}\left(1 - \frac{d^2}{dx^2}\right)\frac{\sin x}{x} = g_0(x) - \frac{1}{2}g_2(x)$$
$$q_0(x) = \frac{3}{4}\left(1 + 3\frac{d^2}{dx^2}\right)\frac{\sin x}{x} = \frac{3}{2}g_2(x) \qquad (22)$$

выражаются через сферические функции Бесселя $g_l(x)$ нулевого и второго рангов и описывают спонтанный эффект отдачи.

Систему уравнений (20) можно представить в операторной форме

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{\rho} = \hat{L}(\vec{E})\{\vec{\rho}\}, \qquad \vec{\rho} = \vec{\rho}_{gg} + \vec{\rho}_{ee} + \vec{\rho}_{eg} + \vec{\rho}_{ge} \qquad (23)$$

где $\hat{L}(\vec{E})\{\vec{\rho}\}$ - линейный функциональный оператор, зависящий от вектора $\vec{E}$. Видно, что для применения статистического метода (19), достаточно иметь возможность получать стационарное решение системы уравнений (20).

В ***разделе 3.3*** описывается применение метода цепных дробей для решения уравнения на матрицу временных характеристик. Периодичность стационарного решения и однородность начального позволяют разложить матрицу временных характеристик в ряд Фурье по x и получить трехчленные рекуррентные соотношения между гармониками вектора временных характеристик.

$$\hat{L}_-\vec{\tau}^{(n+1)} + \hat{L}_0^{(n)}\vec{\tau}^{(n)} + \hat{L}_+\vec{\tau}^{(n-1)} = \vec{s}^{(n)} \qquad (24)$$

где элементы матриц $\hat{L}_-$, $\hat{L}_0^{(n)}$, $\hat{L}_+$, $\vec{G}_{kin}$ задаются системой уравнений (12), а $\vec{s}^{(n)}$ - определяется начальным и стационарным распределением атомов.

В ***разделе 3.4*** показано, что статический подход можно применить к уравнению типа Фоккера-Планка на функцию распределения в фазовом пространстве $f(p)$

$$\frac{\partial}{\partial t}f(p) = \left(-\frac{\partial}{\partial p}F(p) + \frac{\partial^2}{\partial p^2}D(p)\right)f(p), \qquad (25)$$

где F(p) - светоиндуцированная сила и D(p) - диффузия. Уравнение на функцию τ_f - содержащую информацию о времени охлаждения:

$$\left(-\frac{\partial}{\partial p}\mathrm{F(p)}+\frac{\partial^2}{\partial p^2}\mathrm{D(p)}\right)\tau_f = f_{st}-f_0,\ \ \mathrm{Tr}[\tau_f]=0 \qquad (26)$$

где f_{st} - стационарная функция распределения, f_0 - функция распределения в начальный момент времени.

Тут же дается простая оценка времени установления средней кинетической энергии на основе приближения медленных атомов

$$\left\langle p^2\tau\right\rangle = \frac{\left\langle p^2(0)\right\rangle - \left\langle p^2\right\rangle_{st}}{-2\alpha}. \qquad (27)$$

где $\left\langle p^2(0)\right\rangle$ - средний квадрат импульса начального распределения атомов, $\left\langle p^2\right\rangle_{st}$ - средний квадрат импульса стационарного распределение атомов, α - коэффициент трения.

В ***разделе 3.5*** анализируются зависимости времени установления средней кинетической энергии от параметров задачи (частоты Раби, частоты отдачи, и отстройки). Проводится сравнение результатов трех расчетов: простой оценки для приближения медленных атомов, квазиклассического приближения на основе уравнения Фоккера-Планка, и полный квантовый подход. Показано, что простая оценка на основании приближения медленных атомов корректна лишь в узком диапазоне параметров частоты Раби ($\Omega/\gamma < 0.4$) и частоты отдачи ($w_r/\gamma < 0.014$) . Квазиклассический подход на основе уравнения Фоккера-Планка нарушается с частоты отдачи порядка $w_r/\gamma < 0.02$, при этом, интересно, что время, полученное точным квантовым расчетом, оказывается меньше.

В **Заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации, обсуждается практическая и теоретическая значимость работы, а также перспективы дальнейшего развития темы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Разработан квантовый метод, позволяющий рассчитывать стационарные распределение атомов по импульсам и координатам вне рамок часто используемых приближений. Метод применен к задаче о лазерном охлаждении двухуровневых атомов в поле стоячей световой волны.
2. Получены импульсные и пространственные распределения атомов для различных режимов.
3. Проведено их сравнение с результатами квазиклассического приближения и результатами других авторов, использовавших секулярное приближение, показано качественное согласование в области применимости и значительные отличия вне этой области.
4. Обнаружен эффект аномальной пространственной локализации атомов в сильном световом поле. Эффект сопровождается двугорбым импульсным распределением атомов.
5. В режиме большой частоты отдачи обнаружены узкие структуры, порядка импульса одного фотона, а их расположение зависит от частоты Раби: в слабом поле они преимущественно расположены ближе к краям импульсного распределения, а в сильном поле около нулевых скоростей.
6. Разработан метод статистического анализа позволяющий получать информацию о времени лазерного охлаждения без прямого решения динамической задачи.
7. Метод апробирован применительно к точному квантовому расчету и к квазиклассическому приближению.
8. Исследованы зависимости среднего времени установления средней кинетической энергии для различных параметров задачи: Частоты Раби, отстройки, отдачи. Проведены сравнения результаты для трех

методов: Квантового с полным учетом эффекта отдачи, уравнения Фоккера-Планка, и простой оценки на основе приближения медленных атомов.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

1. Прудников О.Н., Ильенков Р.Я., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И. *Стационарные состояния ансамбля атомов малой плотности в монохроматическом поле учетом эффектов отдачи* // ЖЭТФ. 2011. Т. 139, В. 6. С. 1074–1080.
2. Бражников Д. В., Ильенков Р. Я., Прудников О. Н., Тайченачев А. В., Тумайкин А. М., Юдин В. И., Гончаров А. Н., Зибров А.С. *Аномальная пространственная концентрация атомов в поле стоячей световой волны* // Письма в ЖЭТФ. 2012. Т. 95, В. 8. С. 445–448.
3. Бражников Д. В., Бонерт А. Э., Гончаров А. Н., Тайченачев А. В., Тумайкин А. М., Юдин В. И., Басалаев М. Ю., Ильенков Р. Я., Шилов А. М. *Исследование возможности глубокого лазерного охлаждения атомов магния для создания стандарта частоты нового поколения* // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2012. Т. 7, В. 4. С. 6–18.
4. Бражников Д.В., Ильенков Р.Я. , Прудников О.Н., Тайченачев А.В, Юдин В.И., Гончаров А.Н., Шилов А.М. *Стационарные распределения атомов в поле сильной стоячей световой волны* // Ученые записки казанского университета. 2013. Т. 155. С. 16–22.
5. Ильенков Р.Я., Бражников Д.В., Тайченачев А.В. *Квантовая задача о стационарном распределении атомов в поле стоячей волны* // Материалы молодежной конкурс-конференции "Фотоника и оптические технологии". Новосибирск, Россия. 10–12 февраля, 2010. С. 16–17.
6. Ильенков Р.Я., Бражников Д.В., Тайченачев А.В. *Квантовая задача о стационарном распределении атомов в поле стоячей волны* // Материалы XLVIII Международной научной студенческой

конференции "Студент и научно технический прогресс" (Физика). Новосибирск, Россия. 10–14 апреля, 2010. С. 96.

7. Ильенков Р.Я., Бражников Д.В., Тайченачев А.В., Юдин В.И. *Особенности локализации атомов в поле сильной стоячей световой волны* // Материалы XLIX Международной научной студенческой конференции "Студент и научно технический прогресс"(Физика). Новосибирск, Россия. 16–20 апреля, 2011. С. 115.
8. Brazhnikov D., Taichenachev A. V., Ilenkov R., Yudin V. I. *Specificity stationary distribution of atoms in standing light wave beyond the quasiclassical approximation* // Program of the 1st International Conference on Quantum Technologies. Moscow, Russia. 13–17 July, 2011. p. 54.
9. Ильенков Р.Я., Юдин В.И., Бражников Д.В., Тайченачев А.В. *Аномальная локализация атомов в поле сильной стоячей волны* // Материалы молодежной конкурс-конференции "Фотоника и оптические технологии". Новосибирск, Россия. 9–11 февраля, 2011. С. 33–34.
10. Ильенков Р.Я. *Состояние атомов в монохроматическом оптическом потенциале с учетом эффектом отдачи* // Материалы 50-й юбилейной Международной научной студенческой конференции "Студент и научно технический прогресс"(Квантовая физика). Новосибирск, Россия. 13–19 апреля, 2012. С. 10.
11. Brazhnikov D., Goncharov A., Ilenkov R. et al. *Anomalous concentration of atoms in standing light wave* // Book of abstracts of the 23th International Conference on Atomic Physics (ICAP-2012). Palaiseau, France. 23-27 July, 2012. p. 103.
12. Прудников О.Н., Ильенков Р.Я., Тайченачев А.В. и др. *Квантовая задача о состоянии атомов в монохроматическом световом поле произвольной поляризации* // Материалы молодежной конкурс-конферецsucc "Фотоника и Оптические Технологии". Новосибирск, Россия. 22–28 марта, 2012. С.64–65.
13. Ильенков Р.Я. *Исследование кинетики двухуровневых атомов в классическом и квантовом режимах* // Материалы 51-й юбилейной Международной научной студенческой конференции "Студент и научно технический прогресс" (Квантовая физика). Новосибирск, Россия. 12–18 апреля, 2013. С.23.

14. Ilenkov R., Brazhnikov D., Taichenachev A., Yudin V. *Two-Level atoms in standing wave: steady state in quantum and classical regimes* // Program 2nd International conference on Quantum Technologies. Moscow, Russia. 20-24 July, 2013. p. 67.
15. Ilenkov R., Brazhnikov D., Taichenachev A., Yudin V. *Steady State of Atoms in a Standing Wave: Quantum Description and Localization Effects* // Technical Digest ICONO/LAT2013 (Quantum and Atom Optics). Moscow, Russia. 18-22 June, 2013.
16. Ильенков Р. Я., Тайченачев А. В., Юдин В. И., Бражников Д. В. *Динамика лазерного охлаждения двухуровневых атомов в поле стоячей световой волны: статистическое описание с учетом эффектов отдачи и локализации атомов* // Тезисы лекций и докладов XIV-ой международной молодежной конференции по люминесценции и лазерной физики. Село Аршан, республика Бурятия, Россия. 30 июня - 5 июля, 2014. С. 65–66.
17. Ильенков Р. Я., Тайченачев А. В., Юдин В. И. *Квантовые режимы лазерного охлаждения двухуровневых атомов* // Материалы конференции "Современные проблемы телекоммуникаций". Новосибирск, Россия. 23–24 апреля, 2015. С. 516–520.
18. Ильенков Р. Я., Тайченачев А. В., Юдин В. И. *Аномальная локализация атомов в стоячей световой волне* // Материалы конференции «Современные проблемы телекоммуникаций». Новосибирск, Россия. 23–24 апреля, 2015. С. 506–509.
19. Ильенков Р. Я., Тайченачев А. В., Юдин В. И. *Статистический подход к квантовой задаче о лазерном охлаждении* // Материалы конференции «Современные проблемы телекоммуникаций». Новосибирск, Россия. 23–24 апреля, 2015. С. 510–515.
20. Brazhnikov D., Prudnikov O., Taichenachev A. et al. *On the strategy of deep laser cooling of magnesium atoms* // Book of abstracts of the 8th Symposium on Frequency Standards and Metrology. Potsdam, Germany. 12–16 October, 2015. p. 110.
21. Ильенков Р. Я. *Статистический подход к динамике лазерного охлаждения* // Материалы 53-й международной научной студенческой конференции. Новосибирск, Россия. 11 — 17 апреля, 2015. p. 87.
22. Ilenkov R., Prudnikov O., Taichenachev A., Yudin V. The *statistical approach to quantum problem of laser cooling of two-level atoms* //

Technical digest «The Fifth Russian-Chinese Workshop and School for Young Scientists on Laser Physics and Photonics». Novosibirsk. Russia. 26 - 30 August, 2015. p.54–55.

23. Ilenkov R., Brazhnikov D., Prudnikov O. et al. *Two-level atoms behavior in standing light wave: quantum regime* // Technical digest «The Fifth Russian-Chinese Workshop and School for Young Scientists on Laser Physics and Photonics». Novosibirsk. Russia. 26 - 30 August, 2015. p. 56–57.

ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. С.В.Андреев, В.И.Балыкин, В.С.Летохов, В.Г.Миногин, *Радиационное замедление до 1.5 К и монохроматизация пучка атомов Na встречным лазерным лучом* // ЖЭТФ. 1982. Т. 82, С. 1429.
2. B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, J. Ye *An optical lattice clock with accuracy and stability at the* 10^{-18} *level* // Nature. 2014 Vol. 506, no. 7486. P. 71-75.
3. N. Hinkley, J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Beloy, M. Pizzocaro, C. W. Oates, A. D. Ludlow *An Atomic Clock with* 10^{-18} *Instability* // Science Express . 2013. Vol. 341, no. 6151, P. 1215-1218.
4. S. Giorgini, L. Pitaevskii, S.Stringari *Theory of ultracold atomic Fermi gases* // Rev. Mod. Phys. 2008. Vol. 80, no.4. P. 1215–1274.
5. А.В. Турлапов *Ферми-газ атомов* // Письма в ЖЭТФ. 2012. Т.95, В.2. С. 104–112.
6. С. Чу *Управление нейтральными частицами* // УФН. 1999. Т.169. С. 274.
7. К.Н. Коэн-Таннуджи *Управление атомами с помощью фотонов* // УФН. 1999. Т. 169. С. 292.
8. У.Д. Филипс *Лазерное охлаждение и пленение нейтральных атомов* // УФН. 1999. Т.169. С. 305.
9. Б. Д. Агапьев, М. Б.Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский *Когерентное пленение населенностей в квантовых системах* // УФН. 1993. Т. 163. С. 1–36 (1993).
10. Смирнов В. С., Тумайкин А.М., Юдин В.И. *Стационарные когерентные состояния атомов при резонансном взаимодействии с эллиптически*

поляризованным светом: Когерентное пленение населенностей (общая теория) // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. С. 1613–1628.

11. А.П. Казанцев, Г. И. Сурдотович, В.П. Яковлев, «Механическое действие света на атомы», Наука, Москва (1991).
12. В.Г. Миногин, В.С. Летохов, «Давление лазерного излучения на атомы» Наука, Москва (1986)
13. A.V. Bezverbnyi, O.N Prudnikov, A.V. Taichenachev, A.M. Tumaikin, V.I. Yudin *The light pressure force and the friction and diffusion coefficients for atoms in a resonant nonuniformly polarized laser field* // JETP. 2003. T.96. C. 383-401.
14. А.П. Казанцев, И.В. Краснов *Эффект выпрямления градиентной силы резонансного светового давления* // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т.46. С. 264-267 (1987).
15. A.Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping* // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61. P. 826.
16. J. Hack, L. Liu, M. Olshanii, H. Metcalf *Velocity-selective coherent population trapping of two-level atoms* // Phys. Rev. A. 2000. Vol. 62. P. 013405.
17. S. M. Yoo, J. Javanainen *Wigner-function approach to laser cooling in the recoil limit* // J. Op t. Soc. Am. B. 1991. Vol. 8. P. 1341.
18. Y. Castin and J. Dalibard *Quantization of Atomic Motion in Optical Molasses* // Europhys. Lett. 1991. Vol. 14. P. 761.
19. K. Berg-Sorensen, Y. Castin, K. Molmer and J. Dalibard *Cooling and Tunnelling of Atoms in a 2D Laser Field* // Europhys. Lett. 1993. Vol. 22. P. 663.
20. J. Guo, P. Berman *One-dimensional laser cooling with linearly polarized fields* // Phys. Rev. A. 1993. Vol. 48. P. 3225.
21. Y. Castin, K. Berg-Sorensen, J. Dalibard, and K. Molmer *Two Dimensional Sisyphus Cooling* // Phys Rev. A. 1994. Vol. 50. P. 5092.
22. K. Molmer, Y. Castin and J. Dalibard *Monte Carlo wave-function method in quantum optics* // JOSA B. 1993. Vol. 10. P. 524.