

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕТРА ВЕЛИКОГО»

На правах рукописи

Волошин Гавриил Валентинович

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЩЕЛОЧНЫХ АТОМОВ В УСЛОВИЯХ  
НЕСТАЦИОНАРНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ ТЕМНЫХ РЕЗОНАНСОВ

Специальность 1.3.19 – лазерная физика

Диссертация  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н. Литвинов Андрей Николаевич

Санкт-Петербург 2024

## Содержание

Введение.....	4
Глава 1. Теория взаимодействия двухчастотного излучения с резонансными средами щелочных атомов .....	22
1.1. Описание состояния ансамбля движущихся атомов, взаимодействующих с излучением посредством $\Lambda$ -схемы, методом матрицы плотности.....	24
1.1.1. Случай наличия буферного газа .....	27
1.1.2. Случай отсутствия буферного газа. Метод пробного поля .....	33
1.2. Учет конечных размеров среды. Граничные условия для матрицы плотности .....	36
1.2.1. Зеркально-некогерентное отражение .....	37
1.2.2. Зеркально-когерентное отражение .....	37
1.2.3. Диффузное отражение .....	38
1.3. Учет оптической плотности среды. Уравнения переноса поля.....	40
1.4. Учет магнитной структуры уровней.....	43
1.5. Выводы к главе 1 .....	51
Глава 2. Влияние температуры и оптической плотности среды на форму и сдвиги резонансов когерентного пленения населенностей, детектируемых методом Рэмси .....	52
2.1. Схема Рэмси .....	53
2.2. Ансамбль неподвижных атомов .....	55
2.2.1. Оптически тонкий ансамбль .....	55
2.2.2. Оптически плотный ансамбль.....	63
2.3. Ячейка движущихся атомов .....	72
2.3.1. Оптически тонкий ансамбль .....	72

2.3.2. Оптически плотный ансамбль.....	76
2.4. Сравнение с экспериментом.....	87
2.5. Выводы к главе 2 .....	90
Глава 3. Влияние магнитной структуры щелочных атомов на формирование резонансов когерентного пленения населенностей, детектируемых методом Рэмси.....	91
3.1. Анализ формы линии .....	92
3.2. Анализ световых сдвигов.....	101
3.3. Сравнение с экспериментом.....	103
3.4. Выводы к главе 3 .....	106
Глава 4. Влияние столкновений со стенками на формирование резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности в ячейках с антирелаксационными покрытиями.....	107
4.1. Модель безграничной среды .....	109
4.2. Модель зеркально-когерентного отражения .....	112
4.3. Модель диффузного отражения .....	117
4.4. Сравнение зеркально-когерентной и диффузной моделей .....	120
4.5. Сравнение с экспериментом.....	124
4.6. Выводы к главе 4 .....	125
Заключение .....	127
Приложения .....	132
Список литературы .....	135

# Введение

Хорошо известно, что если квантовая система имеет два и более каналов возбуждения, то между ними возможна деструктивная интерференция [1]. Это явление особо ярко проявляется при взаимодействии двухчастотного лазерного излучения с резонансными атомными средами. Простейшей моделью, демонстрирующей такое поведение, является трехуровневая модель атома, взаимодействующего с резонансным бихроматическим излучением (рисунок 1 (а)). В случае если переход  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  запрещен для электро-дипольного взаимодействия, матрица гамильтониана такой системы в дипольном приближении имеет вид:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & a^* \\ 0 & \varepsilon_2 & b^* \\ a & b & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

где  $\varepsilon_n$  — энергии уровней  $|n\rangle$ , а  $a$  и  $b$  — зависящие от времени комплексные величины, определяемые параметрами возбуждения. В таком случае возможно особое суперпозиционное состояние  $|D\rangle \sim a^{-1}|1\rangle - b^{-1}|2\rangle$ , для которого, очевидно, выполняется соотношение  $\langle 3|\hat{H}|D\rangle \sim \frac{d}{dt}\langle 3|D\rangle = 0$ . То есть, атом, находящийся в состоянии  $|D\rangle$ , не будет возбуждаться. Данное состояние получило название *темного состояния*, так как в нем атом не может излучать или поглощать свет. Если же атом находится в возбужденном состоянии  $|3\rangle$ , то в результате релаксации он со временем перейдет как в состояние  $|D\rangle$ , так и в ортогональное ему состояние  $|B\rangle \sim (b^*)^{-1}|1\rangle + (a^*)^{-1}|2\rangle$ , которое иногда называют светлым, поскольку из него система со временем возбуждается. Однако ясно, что так как  $|B\rangle$  в отличие от  $|D\rangle$  не является стабильным, система в результате серии перевозбуждений со временем все же окажется «захвачена» в темном состоянии. Данное явление известно как *когерентное пленение населенностей* (КПН) [2–5].

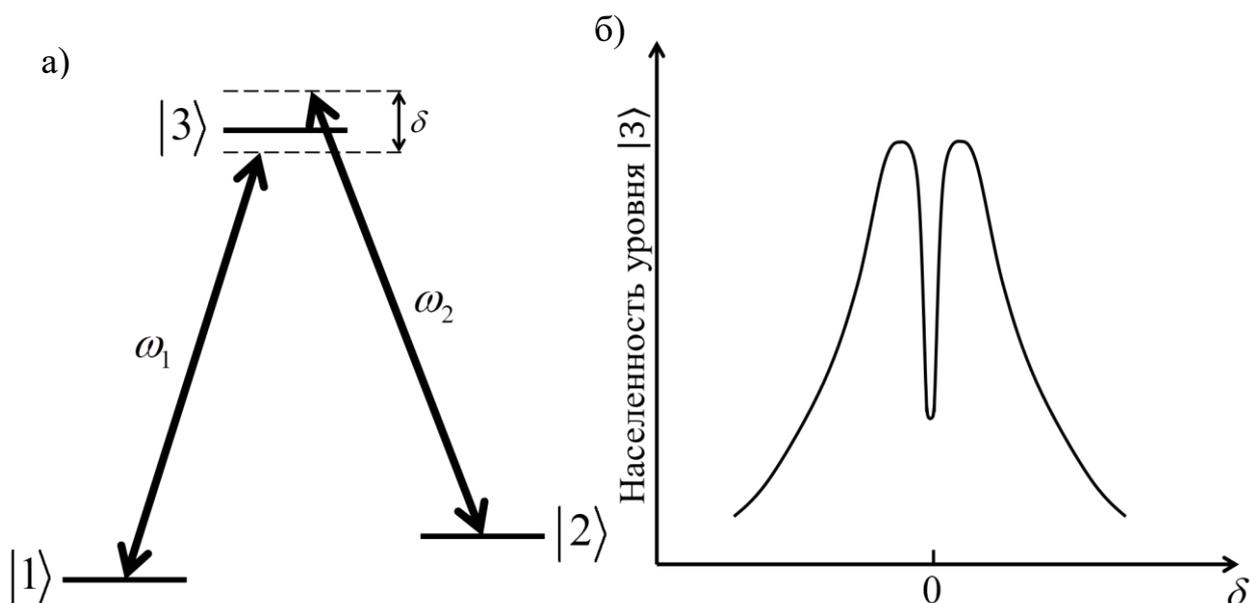


Рис. 1. (а) — трехуровневая  $\Lambda$ -схема возбуждения атома. (б) — зависимость населенности возбужденного состояния от двухфотонной отстройки  $\delta$ , демонстрирующая характерный вид темного резонанса.

Состояние  $|D\rangle$  возможно лишь в случае равенства нулю разности  $\delta$  между отстройками полей от соответствующих резонансных переходов:  $\delta = 0$ . При нарушении данного условия система начнет возбуждаться. Кроме того, чистое состояние  $|D\rangle$  предполагает полную когерентность между уровнями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , что для «реальных» систем невозможно. Распад данной когерентности приводит к тому, что даже при  $\delta = 0$  система будет частично возбуждаться тем сильнее, чем выше скорость этого распада. Типичный вид зависимости населенности возбужденного состояния от двухфотонной отстройки  $\delta$ , представленный на рисунке 1(б), имеет вид узкого симметричного провала, который носит название *темного резонанса*. В работе [6] было получено простое аналитическое выражение, описывающее форму такого резонанса, который может иметь крайне малую ширину, много меньшую, чем естественная ширина линии поглощения. Благодаря этому явление КПН получило широкое применение в разработке таких устройств, как квантовые стандарты частоты [7, 8] и оптические магнитометры [9–12].

Факт же отсутствия поглощения в темном состоянии позволил предложить метод лазерной генерации без инверсии [13–16].

Первоначально теория КПН была разработана для модели трех атомных состояний [4]. Обобщение на многоуровневые атомные системы было сделано в [17] без учета релаксации. В частности, в [17] получены достаточные условия существования темных состояний при двухфотонном резонансе. В работе [18] была построена полностью квантовая теория возникновения темных резонансов, учитывающая квантовую природу излучения. В частности, было показано, что при квантовом рассмотрении появляется новый класс темных состояний, отсутствующих при описании взаимодействия с классическим электромагнитным излучением. Существование такого класса легло в основу идеи создания «квантового фильтра», пропускающего только состояния с ограниченным числом фотонов.

Для наблюдения темного резонанса в большинстве приложений используются газовые ячейки с парами щелочных атомов, таких как  $^{87}\text{Rb}$ ,  $^{85}\text{Rb}$ ,  $^{133}\text{Cs}$  и др. В данных атомах переходы между внешними s- и p-состояниями являются оптическими. Взаимодействие внешней электронной оболочки со спином ядра приводит к сверхтонкому расщеплению данных состояний. Переходы между сверхтонкими подуровнями данных атомов лежат в радиочастотном диапазоне и являются запрещенными для электродипольного взаимодействия. Действие двухчастотного резонансного лазерного излучения возбуждает в атомах радиочастотную когерентность, благодаря которой, как было показано выше, система переходит в непоглощающее темное состояние. Детектируя интенсивность прошедшего сквозь ячейку излучения (рисунок 2(а)) в зависимости от разности частот двух его компонент, возможно получение узкого пика (рисунок 2(б)), соответствующего темному резонансу.

Для детектирования темного резонанса по прошедшему сквозь ячейку излучению необходимо, чтобы концентрация активных атомов была достаточна для обеспечения значительного поглощения поля средой. В этом случае говорят об оптической плотности среды. Перенос излучения в оптически плотных средах в условиях темного резонанса значительно отличается от стандартного экспоненциального поглощения, описываемого законом Бугера–Ламберта. Так, в [19] произведен вывод уравнений переноса непрерывного двухчастотного излучения и показано, что для достаточно больших интенсивностей излучения имеет место линейный закон спада интенсивности в условиях КПН. В работе [20] теория переноса излучения в условиях КПН была обобщена на случай немонахроматичности, связанной с амплитудными и частотными флуктуациями лазерных полей. В работах [21–23] показано, что наблюдение резонанса КПН возможно лишь в случае высокой степени корреляции между возбуждающими полями.

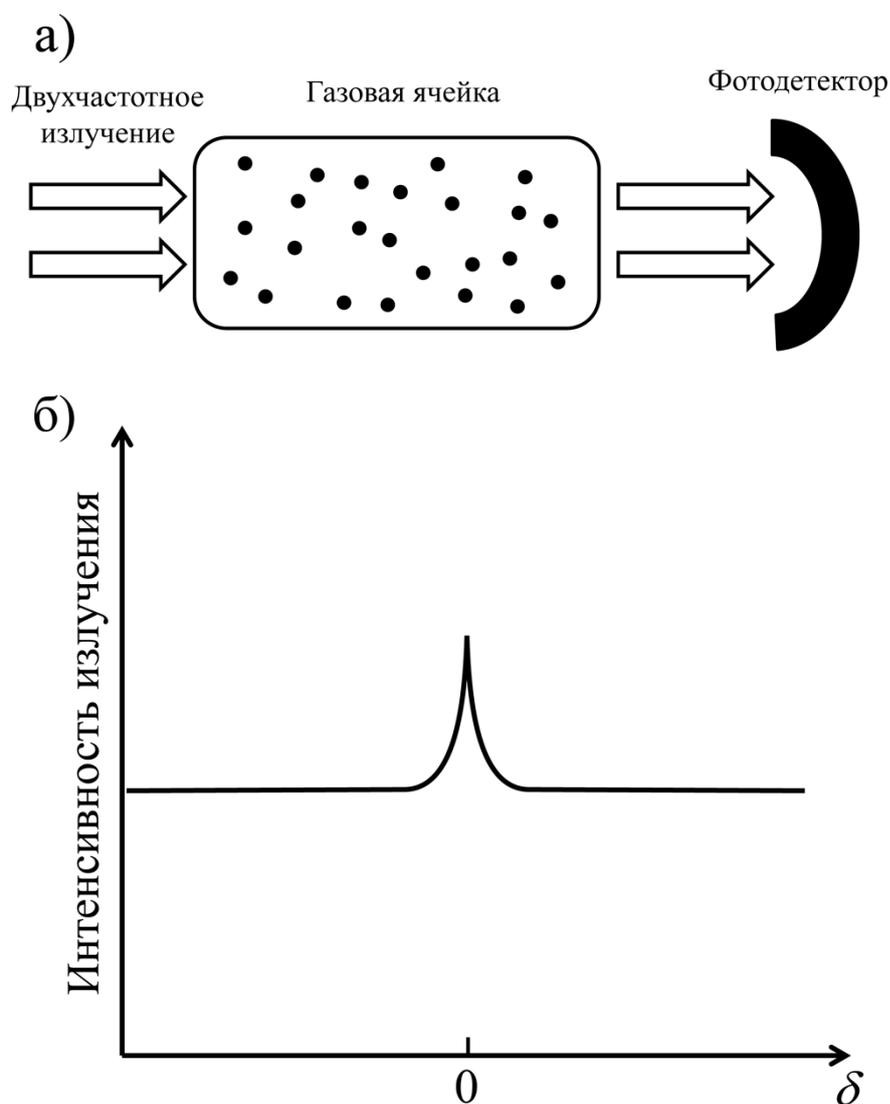


Рис. 2. (а) — простейшая схема эксперимента по наблюдению темного резонанса. (б) — зависимость интенсивности прошедшего сквозь газовую ячейку излучения от двухфотонной отстройки.

Другим фактором, влияющим на форму темных резонансов, является движение атомов. Вследствие эффекта Доплера движение атомов в ячейке приводит к смещениям полевых отстроек пропорционально скоростям. В результате усреднения по скоростям это может приводить к изменениям формы резонанса. Существенным преимуществом темного резонанса при соответствующем выборе схемы возбуждения является отсутствие стандартного доплеровского уширения [24], а в работе [25] показано, что в определенных условиях имеет место даже доплеровское сужение темного

резонанса. Селективность темного резонанса по скоростям позволила разработать новые методы лазерного охлаждения [26–30]. Кроме того, движение атомов приводит к столкновениям их друг с другом и со стенками ячейки. В результате столкновений радиочастотные когерентности разрушаются, что негативным образом сказывается на качестве детектируемого резонанса. В достаточно разреженных атомных средах на первый план выходят столкновения со стенками ячейки.

Одним из способов подавления деполяризации на стенках является использование специальных антирелаксационных покрытий. Их отличительной чертой является сохранение радиочастотной когерентности атомов при столкновениях с ними. Определяющие роли в поведении атомов при столкновениях со стенками играют время адсорбции атомов на покрытии и сопровождающийся при этом фазовый сдвиг. При сравнительно длительной адсорбции, когда внутреннее состояние атома слабо меняется, а скорость после отражения определяется температурой стенки, говорят о диффузном типе отражения. Такой тип отражения характерен для парафиновых покрытий [31]. Для некоторых материалов, например для покрытий типа Octadecyltrichlorosilane (OTS), характерное время адсорбции оказывается в несколько раз меньше, чем для парафиновых покрытий [32, 33]. Для описания предельного случая такой ситуации можно использовать модель зеркально-когерентного (упругого) отражения. Другим предельным случаем являются отражения, при которых столкновения не сопровождаются длительной адсорбцией, но сопровождаются большим фазовым сдвигом. Такой характер отражения имеет место предположительно для некоторых типов силиконовых поверхностей [34].

Существует большое количество как экспериментальных, так и теоретических работ [31–69], посвященных исследованиям свойств антирелаксационных покрытий и процесса детектирования атомных резонансов в покрытых ячейках. Так, например, в работах [41, 47]

экспериментально и теоретически изучен процесс так называемой зонной накачки в покрытых ячейках. В процессе такой накачки атомы взаимодействуют с излучением только на протяжении времени пролета области лазерного луча, что позволяет создать условия периодического возмущения, приводящего к сужению темных резонансов.

Другим способом борьбы со столкновениями на стенках является введение в ячейку буферного газа. В качестве буферного газа выбираются такие газы, как азот, аргон, метан и др. При столкновениях с ними основное состояние активных атомов не деполяризуется. Это приводит к улучшению качества резонанса вследствие увеличения времени когерентного взаимодействия атомов с полем, а также эффекта сужения Дике [70].

Иным способом регистрации темного состояния является метод сканирования слабым пробным полем системы, находящейся в условиях резонанса с сильным управляющим полем (рисунок 3(а)). В таком случае провал может быть обнаружен в спектре поглощения пробного излучения (рисунок 3(б)). Такое явление, впервые предсказанное в [71] и обнаруженное экспериментально в [72, 73], носит название *электромагнитно-индуцированной прозрачности* (ЭИП). В работе [74] теория ЭИП была обобщена на случай безграничной среды движущихся атомов. Благодаря сравнительно длительному времени жизни темного состояния, явление ЭИП нашло применения в соответствующих методах записи и хранения квантовой информации [75–77]. Кроме того, ширина дисперсионного контура, изображенного на рисунке 3(б), пропорциональна ширине окна прозрачности. Таким образом, сужая окно прозрачности, можно добиться крайне крутого хода дисперсионной кривой вблизи резонанса, вследствие чего групповая скорость света сильно снижается при практически полном отсутствии поглощения [78–80]. Так, например, в [78] наблюдалось экстремальное замедление света до значения групповой скорости в 17 м/с.

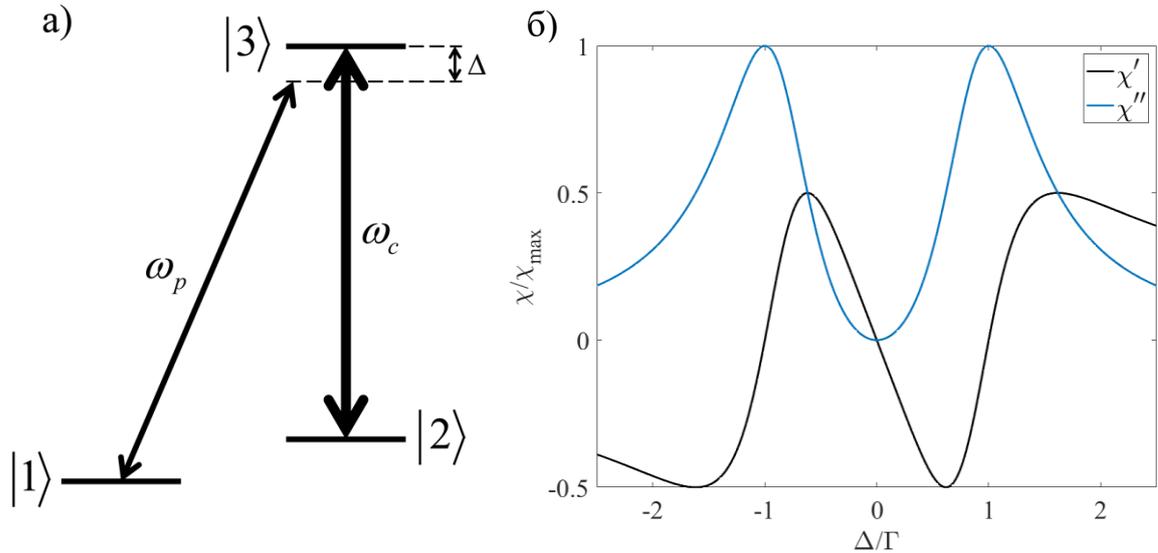


Рис 3. (а) — трехуровневая схема детектирования темного резонанса методом пробного поля. (б) — типичная зависимость относительных мнимой  $\chi''$  (коэффициента поглощения) и вещественной  $\chi'$  (дисперсионного контура) частей восприимчивости  $\chi$  от отстройки пробного поля, отнесенной к скорости распада оптической когерентности в условиях темного резонанса.

Широкое распространение получила так называемая схема Рэмси [81] возбуждения темных резонансов, суть которой заключается в воздействии лазерного излучения на систему импульсами, разнесенными во времени. Такой метод благодаря свободным осцилляциям долгоживущей радиочастотной когерентности между импульсами позволяет добиться существенного сужения линии резонанса [82]. Исследованию двухчастотной импульсной схемы опроса атомов посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ. Так, в работе [83] авторы экспериментально наблюдали высококонтрастные резонансы КПН с узкой шириной при схеме опроса Рэмси в атомарных парах  $^{133}\text{Cs}$ . С целью повышения стабильности атомных часов авторами работ [84, 85] было предложено использовать импульсный двухшаговый метод возбуждения эффекта КПН. Предложенный метод представляет собой схему Рамана–Рэмси с низкой интенсивностью света при резонансном наблюдении, и обеспечивает более низкую чувствительность формы резонанса КПН к изменению интенсивности света. Исследование влияния давления буферного

газа на форму резонанса КПН в схеме Рамана–Рэмси для атомов  $^{87}\text{Rb}$  было выполнено в [86]. Исследованию высококонтрастных узких резонансов КПН при импульсной накачке в атомарных парах  $^{133}\text{Cs}$  посвящена работа [87]. В ней авторы эксперимента исследуют зависимость кратковременной стабильности квантового стандарта частоты от мощности лазера, температуры ячейки и параметров последовательности импульсов. Аналогичные особенности наблюдались в работе [88] при исследовании резонансов КПН в схеме Рамана–Рэмси в микроячейках, заполненных парами Cs–Ne. Экспериментальное исследование резонансов КПН на основе техники Рамана–Рэмси в ячейках, содержащих газовую смесь  $^{87}\text{Rb}$ –Ar–Ne, было проведено в [89]. В работе [90] наблюдались полосы Рэмси при исследовании эффекта ЭИП в ячейке с буферным газом. В работах [91–93] показано, что подбором соответствующих длительностей, фаз и частот импульсов можно добиться существенного подавления световых сдвигов темных резонансов, а в работе [94] была представлена общая теория описания воздействия периодического возмущения на открытые квантовые системы.

Помимо сверхтонкой структуры уровней щелочных атомов при теоретическом описании процессов возникновения темных резонансов большое значение имеет также магнитная структура. Дело в том, что зачастую во избежание возникновения паразитных темных состояний на магнитных подуровнях в экспериментах ячейка помещается в ненулевое магнитное поле. В таких системах могут наблюдаться наборы темных резонансов, отвечающих  $\Lambda$ -схемам на различных магнитных подуровнях [95]. Теория возникновения стационарных темных резонансов с учетом полной магнитной структуры атомных уровней в ячейках с буферным газом была разработана в [96]. При теоретическом описании различных схем возбуждения с учетом магнитной структуры уровней большое значение играют поляризации лазерных полей. В работе [97] построена общая теория стационарных резонансов КПН, возбуждаемых излучением с произвольной

эллиптичностью, а в работе [98] были получены представления темных состояний, возбуждаемых эллиптично-поляризованным излучением, инвариантные относительно выбора системы координат. В работах [99, 100] был предложен и экспериментально изучен способ получения чистого суперпозиционного состояния с произвольным значением проекции момента  $m$  посредством определенной конфигурации бихроматического поля с использованием эффекта КПН. Показано, что в общем случае  $m \neq 0$  для этой цели необходимо использовать эллиптически поляризованные поля. В работах [101, 102] исследуются резонансы КПН, возбуждаемые двумя встречными ортогональными циркулярно-поляризованными полями, и показано, что в этом случае устраняется проблема возникновения «карманов» на крайних магнитных подуровнях. В работе [103] было показано, что, используя возбуждение посредством двух линейно поляризованных волн с ортогональными поляризациями ( $\text{lin} \perp \text{lin}$  конфигурация) при использовании схемы Рэмси, можно добиться высокого контраста темных резонансов. В работах [104, 105] был теоретически и экспериментально изучен процесс возбуждения высококонтрастных резонансов КПН в D1- линии атома  $^{87}\text{Rb}$  посредством двух линейно поляризованных волн с параллельными поляризациями ( $\text{lin} \parallel \text{lin}$  конфигурация). В частности, предложен метод компенсации возникающего светового сдвига резонанса путем подбора оптимальных значений частот и относительных интенсивностей частотных компонент поля. В работах [106, 107] исследовалась схема детектирования резонансов посредством слабого пробного поля, действующего в условиях дополнительной накачки сильным лазерным излучением, направленным перпендикулярно пробному. Авторами данных работ было показано, что при таком способе наблюдения большая часть атомной населенности скапливается на рабочих подуровнях с проекциями полных моментов  $0-0$ , вследствие чего характеристики детектируемого темного резонанса улучшаются. В работах [108, 109] было показано, что в таких случаях на формирование темного резонанса влияет

соотношение фаз лазерных полей. В частности, в работе [110] было показано, что если резонанс детектируется сонаправленными волнами, то это влияние проявляется как зависимость амплитуды резонансов от угла между направлениями поляризации различных частотных компонент лазерного излучения. При этом наибольшая амплитуда темного резонанса, детектируемого на рабочих подуровнях с проекциями полных моментов  $0-0$ , достигается при конфигурации  $\text{lin}\perp\text{lin}$ , а при конфигурации  $\text{lin}\parallel\text{lin}$  данный резонанс полностью исчезает. В работах [111, 112] исследовался тёмный резонанс, детектируемый с использованием так называемой техники «push-pull», суть которой заключается в использовании амплитудной модуляции лазерного излучения, чередующей левую и правую циркулярные поляризации, что способствует увеличению населенности рабочих подуровней. Такая модуляция соответствует большому числу различных частотных компонент. При этом направления поляризаций соседних по частоте компонент ортогональны. В работах [113–115] исследована зависимость амплитуд резонансов ЭИП от направления внешнего магнитного поля. В частности, показано, что при использовании конфигурации  $\text{lin}\parallel\text{lin}$  в атомах  $^{87}\text{Rb}$  возникающие резонансы имеют экстремумы при определенных ориентациях поляризации лазерного излучения относительно направления магнитного поля. На основе данного эффекта в работе [114] был предложен способ использования резонанса ЭИП, возбуждаемого линейно поляризованными полями, для создания векторного магнитометра.

**Целью работы** является теоретическое исследование влияния температуры, оптической плотности и магнитной структуры уровней атомов активного вещества на процесс импульсного возбуждения резонансов когерентного пленения населенностей, а также исследование влияния столкновений с антирелаксационными покрытиями торцевых стенок газовой ячейки на процесс непрерывного возбуждения резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности.

## **Задачи работы**

1. Построение математической модели взаимодействия двухчастотного лазерного излучения с резонансными средами щелочных атомов с учетом их движения, оптической плотности, магнитной структуры и возможности столкновений со стенками.
2. Расчет спектральных форм резонансов когерентного пленения населенностей и электромагнитно-индуцированной прозрачности при различных параметрах лазерной накачки и атомной среды.
3. Анализ зависимости формы и сдвигов резонансов от температуры среды, толщины атомной ячейки, типа покрытия ее торцевых стенок, концентрации буферного газа, амплитуд и поляризаций лазерного излучения, а также величины приложенного магнитного поля на предмет возможности улучшения характеристик данных резонансов.

## **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения.

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы ее цели и задачи, научная новизна полученных результатов, приведены положения, выносимые на защиту.

В первой главе производится построение теории взаимодействия бихроматического излучения с резонансными средами щелочных атомов посредством  $\Lambda$ -схемы с последовательным учетом ненулевой температуры атомов, их магнитной структуры, оптической толщины среды и столкновений с антирелаксационными покрытиями на стенках.

Во второй главе приводятся и обсуждаются основанные на данной теории результаты расчетов форм резонансов когерентного пленения населенностей, детектируемых посредством схемы Рэмси, включающей два

разнесенных во времени импульса. Производится анализ зависимостей резонансов от оптической толщины и температуры среды сначала в отдельности, а затем совместно.

В третьей главе приводятся и обсуждаются результаты расчетов форм резонансов когерентного пленения населенностей, детектируемые аналогичной схемой, с учетом полной магнитной структуры уровней D1-линии щелочных атомов. Производится анализ влияний состояния поляризации лазерного излучения и приложенного магнитного поля на форму резонансов.

В четвертой главе приводятся и обсуждаются результаты расчетов форм резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности с учетом столкновений активных атомов с антирелаксационными покрытиями торцевых стенок ячейки, в моделях зеркально-некогерентного, зеркально-когерентного и диффузного отражений. На основе анализа предельного случая безграничной среды дается физическое обоснование различия стоксова и антистоксова каналов рассеяния пробного излучения на основе эффекта расщепления Ауслера–Таунса.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Диссертация изложена на 151 странице, включает 1 таблицу и 48 рисунков. Библиографический список содержит 138 наименований.

### **Научная новизна**

В работе впервые разработана теория возбуждения нестационарных темных резонансов с учетом ненулевой температуры, оптической толщины и магнитной структуры активных атомов. Предложены новые способы подавления зависимостей светового сдвига резонансов когерентного пленения населенностей, возбуждаемых методом Рэмси, от оптической толщины среды и эллиптичности возбуждающего излучения.

Впервые построена модель, описывающая возникновения резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности с учетом столкновений с торцевыми стенками газовой ячейки. Предложена новая интерпретация эффекта различия стоксова и антистоксова каналов рассеяния пробного излучения в терминах одетых состояний.

### **Научная и практическая значимость работы**

Разработанные математические методы описания нестационарных и неоднородных процессов взаимодействия двухчастотного лазерного излучения с резонансными атомными средами могут применяться в задачах по поиску оптимальных условий работы квантовых стандартов частоты, оптических магнетометров, лазеров без инверсии, устройств квантовой памяти и квантовой обработки информации.

### **Методология и методы исследования**

Для описания квантового состояния рассматриваемых физических систем используется метод матрицы плотности в представлении Вигнера. Состояние электромагнитного излучения описывается при помощи классического волнового уравнения. Возникающие системы обыкновенных дифференциальных уравнений решаются аналитически либо численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка. Уравнения переноса излучения решаются методом Эйлера. Для решения систем интегро-дифференциальных уравнений Вольтерры используется модификация метода Эйлера, полученная на основе применения формулы трапеций к вычислению интегралов с переменным верхним пределом.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. При импульсном детектировании резонанса когерентного пленения населенностей существует оптимальная разность фаз между частотными компонентами считывающего импульса, при которой

сдвиг резонанса является наименее чувствительным к изменению оптической плотности среды.

2. Зависимость сдвига резонансов когерентного пленения населенностей, детектируемых методом Рэмси, от эллиптичности электромагнитного излучения имеет немонотонный характер, при котором существуют области минимальной чувствительности сдвига резонансов к изменению эллиптичности.
3. Невырожденность возбужденного состояния атомов при детектировании резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности в газовых ячейках без буферного газа с антирелаксационными покрытиями стенок вызывает асимметрию основного резонанса и приводит к возникновению дополнительных резонансов при ненулевых двухфотонных отстройках.
4. При малых длинах газовой ячейки по сравнению с длиной волны сверхтонкого расщепления основного состояния атомов появляются различия в дуальной форме резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности между зеркально-когерентным и диффузным типами отражения атомов от антирелаксационных покрытий торцевых стенок.

### **Степень достоверности результатов**

Все результаты получены в рамках моделей, основанных на современных подходах квантовой механики и классической электродинамики. Используемые приближения имеют соответствующие физические обоснования и находятся в границах их применимости. Построенные теоретические зависимости в предельных случаях переходят к общеизвестным физическим результатам. Полученные результаты демонстрируют согласие с экспериментальными данными.

## **Личный вклад автора**

Все теоретические результаты, представленные в диссертации, получены автором лично. Выбор общего направления исследований, постановка задач и их обсуждение осуществлялись совместно с научным руководителем и коллективом научной группы «Оптическая спектроскопия квантовых систем» СПбПУ Петра Великого.

### **Результаты работы были доложены на следующих конференциях:**

- 30я Международная конференция Advanced Laser Technologies (ALT'23), Самара, 2023
- I Самарцевские Чтения (ФЭКС/IWQO-2023), Светлогорск, 2023
- The International Summer Conference on Theoretical Physics, Долгопрудный, 2023
- XIX Международная молодежная конференция по люминесценции и лазерной физике. Иркутск, 2023
- 16-я Всероссийская научная конференция с международным участием "Физика ультрахолодных атомов – 2022", Новосибирск, 2022
- XXVI молодежная научная школа "когерентная оптика и оптическая спектроскопия", Казань, 2022
- XVIII International Feofilov Symposium on Spectroscopy of Crystals Doped with Rare Earth and Transition Metal Ions (IFS-2022), Москва, 2022
- 20th International Conference Laser Optics (ICLO), Санкт-Петербург, 2022
- XI семинар Д.Н.Клышко, Москва, 2022
- XVIII молодежная конференция с международным участием по люминесценции и лазерной физике. Иркутск, 2021
- IX International Symposium «Modern problems of laser physics» (MPLP-2021), Новосибирск, 2021

- XXIII Международная молодежная научная школа «Когерентная оптика и оптическая спектроскопия», Казань, 2019
- Юбилейная международная молодежная конференция по люминесценции и лазерной физике, посвященная 50-летию первой школы по люминесценции в Иркутске, Иркутск, 2019
- The VIII International Symposium « Modern problems of laser physics» MPLP-2018, Казань, 2018
- XVI Международная молодежная конференция по люминесценции и лазерной физике, посвященная 100-летию Иркутского государственного университета, Иркутск, 2018
- International Conference Laser Optics 2018 (ICLO 2018), Санкт-Петербург, 2018

### **Публикации**

По результатам исследований, представленных в диссертации, опубликовано 15 работ, в том числе 8 статей в рецензируемых журналах. Список работ приведен в Заключении.

### **Благодарности**

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Литвинову Андрею Николаевичу за всестороннюю поддержку в научной работе и Соколову Игорю Михайловичу за постановку ряда задач и ценные консультации. Также автор благодарен всему коллективу научной группы «Оптическая спектроскопия квантовых систем» СПбПУ Петра Великого, в особенности Баранцеву Константину Анатольевичу, Курапцеву Алексею Сергеевичу, Божокину Сергею Валентиновичу и Ларионову Николаю Владимировичу за ценные обсуждения и интерес к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Фонда содействия инновациям по

программе «УМНИК», гранта Президента РФ для молодых кандидатов наук, Российского научного фонда, Министерства науки и высшего образования в рамках Государственного задания (базовая часть), Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС». Ряд результатов был получен с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (<http://www.spbstu.ru>)

# Глава 1

## Теория взаимодействия двухчастотного излучения с резонансными средами щелочных атомов

В данной работе описание всех процессов взаимодействия света с веществом производится в рамках полуклассического подхода, в котором состояния атомов описываются квантовым образом, а состояния электромагнитного поля — классически. Однако теоретическое описание процесса перехода системы в стационарное темное состояние требует корректного учета процессов релаксации, обусловленных, в частности, взаимодействием атомов с вакуумным континуумом мод квантованного электромагнитного поля. Как известно, данное обстоятельство в рамках полуклассического подхода можно учесть путем описания динамики смешанного состояния атома методом матрицы плотности. При этом состояния атомов предполагаются усредненными по всем вакуумным модам, а влияние последних сводится к дополнительному члену в уравнении динамики матрицы плотности, учитывающему экспоненциальный распад возбужденных состояний [116, раздел 8.2]. Стоит отметить, что в общем случае влияние квантовой природы электромагнитного поля может сказываться и в эффектах, не сводящихся к релаксации, наличием которых в данной работе пренебрегается. Помимо вакуумного электромагнитного поля в усредненном окружении активных атомов могут присутствовать буферный газ и стенки атомной ячейки, что также учитывается введением соответствующих членов в уравнения для матрицы плотности.

На сегодняшний день теория возникновения стационарных темных резонансов в холодных оптически тонких средах щелочных атомов разработана и хорошо изучена [5]. Однако влияние таких, имеющих место в экспериментах, факторов, как ненулевая температура, оптическая плотность, а также невырожденность магнитной структуры уровней до этого не были учтены в теориях нестационарного импульсного возбуждения темных резонансов. В данной главе приводится построение полуклассической теории взаимодействия двухчастотного когерентного оптического излучения с резонансными средами атомов посредством  $\Lambda$ -схемы на основе метода матрицы плотности. При этом производится последовательный учет перечисленных выше факторов. В разделе 1.1 приводится вывод уравнений для матрицы плотности с учетом движения активных атомов при наличии и отсутствии их столкновений с атомами буферного газа. В разделе 1.2 описываются граничные условия, которым удовлетворяет матрица плотности на стенках атомной ячейки для различных типов отражений, при детектировании темного резонанса методом пробного поля (резонанс ЭИП). В разделе 1.3 приведен вывод уравнений переноса электромагнитного поля для случаев, когда среда является оптически плотной. В разделе 1.4 приводится вывод уравнений для матрицы плотности с учетом «реальной» многоуровневости атомов, обусловленной магнитной структурой сверхтонких подуровней.

Результаты данной главы опубликованы в работах [A1–A8].

## 1.1. Описание состояния ансамбля движущихся атомов, взаимодействующих с излучением посредством $\Lambda$ -схемы, методом матрицы плотности

Рассматривается атомный ансамбль, имеющий ненулевую температуру, в поле плоской электромагнитной волны с двумя несущими частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , распространяющейся вдоль оси  $z$  (рисунок 1.1.1(a)). Вектор напряженности электрической компоненты такой волны имеет вид:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_1(z, t)e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + \mathbf{E}_2(z, t)e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{к.с.}, \quad (1.1.1)$$

где  $k_j$  — волновые числа,  $\mathbf{E}_j$  — комплексные векторы амплитуд соответствующих составляющих волны ( $j=1,2$ ). Здесь и далее «к.с.» обозначает комплексное сопряжение предыдущего выражения.

В экспериментах по наблюдению эффекта КПН в качестве активного вещества, взаимодействующего с излучением, используют атомы щелочного металла. Эти атомы обладают единственным электроном на внешней электронной оболочке и ненулевым спином ядра. Сонаправленное или противоположное положения спинов ядра и внешнего электрона обуславливают наличие в основном состоянии двух подуровней, расщепленных на величину энергии фотона микроволнового диапазона (сверхтонкое расщепление) [99]. Для описания поведения атома щелочного металла в лазерном поле используется четырехуровневая модель атома (рисунок 1.1.1(a)), в которой два основных состояния  $|g\rangle$ ,  $g=1,2$ , соответствуют сверхтонкому расщеплению s-состояния, а два возбужденных  $|e\rangle$ ,  $e=3,4$  — сверхтонкому расщеплению p-состояния. Поле  $E_1$  близко по частоте переходам  $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ , а поле  $E_2$  — переходам  $|2\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ .

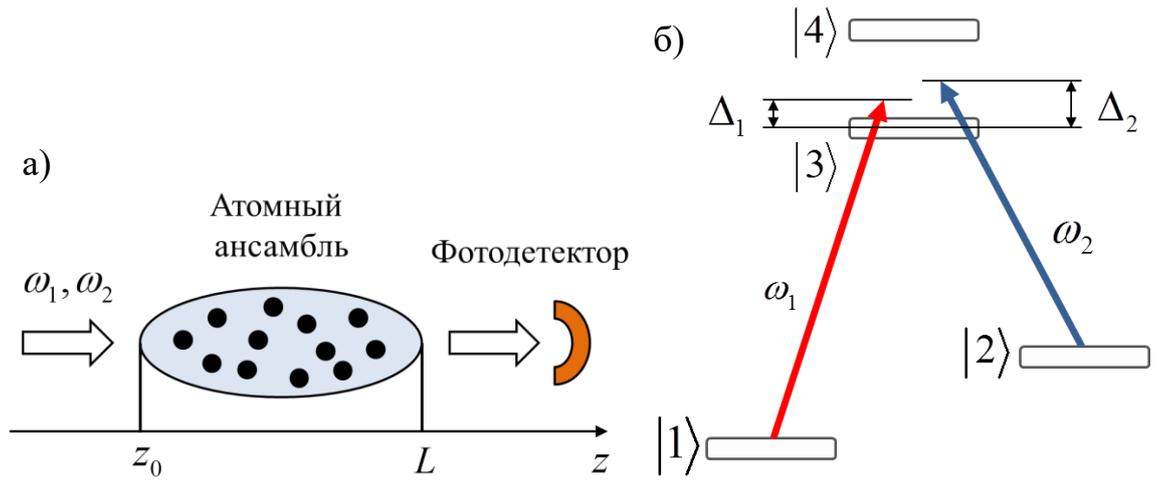


Рис. 1.1.1. (а) — схема описываемого эксперимента по наблюдению темного резонанса. (б) — четырехуровневая схема взаимодействия атома с двухчастотным полем.

Состояние ансамбля описывается методом одночастичной матрицы плотности в представлении Вигнера по поступательным степеням свободы атома  $\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ , которая удовлетворяет следующему квантовому кинетическому уравнению [1, параграф 2]:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \nabla \right) \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)] + \hat{R} \{ \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \} + \hat{S} \{ \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \}, \quad (1.1.2)$$

где  $m$  — масса атома,  $\mathbf{p}$  — импульс поступательного движения атома,  $\hat{H}$  — гамильтониан системы,  $\hat{R}$  — супероператор, феноменологически учитывающий спонтанную релаксацию атомов,  $\hat{S}$  — супероператор интегралов столкновений.

Гамильтониан системы представляется в виде суммы двух операторов  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ , где  $\hat{H}_0$  — гамильтониан системы в отсутствии взаимодействия с полем,  $\hat{V}$  — оператор взаимодействия, в дипольном приближении имеющий вид

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -d_{31} \left( E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + E_1^* e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)} \right) |3\rangle \langle 1| - d_{32} \left( E_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + E_2^* e^{-i(\omega_2 t - k_2 z)} \right) |3\rangle \langle 2| - d_{41} \left( E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + E_1^* e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)} \right) |4\rangle \langle 1| - d_{42} \left( E_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + E_2^* e^{-i(\omega_2 t - k_2 z)} \right) |4\rangle \langle 2| + \text{Э.с.}, \quad (1.1.3)$$

где  $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{e}_d \hat{d}$  — оператор дипольного момента атома,  $d_{nm} = \langle n | \hat{d} | m \rangle$  — его матричные элементы между указанными выше состояниями,  $\mathbf{e}_d$  — единичный вектор, задающий определенное направление вектора дипольного момента атома, «Э.с.» обозначает эрмитово сопряжение предыдущего выражения. Здесь пренебрегается слагаемыми  $\sim d_{ge} E_g$  при  $g \neq g'$ ,  $e=3,4$ , предполагая, что поле  $E_1$  значительно отстроено от переходов  $|2\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ , а поле  $E_2$  — от переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ . Данное приближение имеет место в случае, если сверхтонкая структура основного состояния является спектрально разрешенной. Границы применимости такого приближения будут установлены в следующем пункте. Также здесь пренебрегается эффектами, связанными с векторной природой поля, в предположении того, что направление вектора наведенного дипольного момента атома всегда определено и совпадает с направлениями векторов напряженностей электрического поля волны ( $\mathbf{e}_d \cdot \mathbf{e}_j = 1$ ,  $\mathbf{e}_j = \mathbf{E}_j / E_j$ ,  $j=1,2$ ). Матричный элемент  $d_{12} = 0$  в силу того, что электродипольный переход  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  запрещен.

В предположении плоского фронта волны, малости дифракции поля на краях атомного ансамбля, а также однородности оптических свойств ансамбля матрица плотности не зависит от координат в поперечных лазерному лучу направлениях:  $\hat{\rho} = \hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)$ , где  $\mathbf{v}$  — вектор скорости поступательного движения атома.

Слагаемое  $\hat{R}$  в данной модели учитывает релаксацию атомов вследствие спонтанного распада их возбужденных состояний. Данный супероператор определяется как линейный и приводит к экспоненциальному во времени изменению абсолютной величины матричных элементов атомной матрицы плотности. При этом скорость экспоненциального распада возбужденного состояния, согласно теории спонтанного распада [116, раздел 6.3], пропорциональна квадрату модуля матричного элемента оператора

дипольного момента соответствующего перехода. В данном разделе рассматривается модель, в которой для простоты пренебрегается различием между матричными элементами оператора дипольного момента резонансных переходов. Однако аналогичное различие учитывается для переходов с участием нерезонансного уровня  $|4\rangle$ , что в дальнейшем позволяет более детально изучить поведение соответствующих световых сдвигов (см. главу 2). В соответствии с этим ненулевые элементы  $\hat{R}$  задаются с учетом нормировки следующим образом:

$$R_{33}\{\hat{\rho}\} = -\gamma\rho_{33}, \quad R_{44}\{\hat{\rho}\} = -\frac{\gamma}{2}(p_1^2 + p_2^2)\rho_{44}, \quad R_{gg}\{\hat{\rho}\} = \frac{\gamma}{2}(\rho_{33} + p_g^2\rho_{44}), \quad R_{12}\{\hat{\rho}\} = -\Gamma_{12}\rho_{12},$$

$$R_{eg}\{\hat{\rho}\} = -\Gamma\rho_{eg}.$$

Здесь  $\gamma$  — скорость распада возбужденного состояния  $|3\rangle$ ;  $\Gamma$ ,  $\Gamma_{12}$  — скорости распадов оптических и низкочастотной когерентностей соответственно;  $p_1 = \frac{d_{41}}{d_{31}}$ ,  $p_2 = \frac{d_{42}}{d_{32}}$  — отношения матричных элементов оператора дипольного момента;  $g = 1, 2$ .

Слагаемое  $\hat{S}$  учитывает как столкновения между активными атомами, так и столкновения активных атомов с атомами буферного газа, который может быть введен в ячейку для подавления процессов разрушения наведенных атомных когерентностей, обуславливающих интерференционные эффекты. Элементы данного супероператора подробно рассматриваются в следующем пункте.

### 1.1.1. Случай наличия буферного газа

В данном пункте приводится построение математической модели, учитывающей наличие буферного газа.

В работе рассматривается диапазон температур, в котором тепловой энергии движения атомов недостаточно для их возбуждения. Полагая

переходы  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ,  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ,  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  оптически, такой диапазон можно оценить как  $T \ll \frac{\hbar\omega_{opt}}{k_B} \sim 10^4 K$ . Также используется приближение, в котором оптические когерентности  $\rho_{ge}(\mathbf{v}, z, t) = \langle g | \hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t) | e \rangle$  разрушаются при любом столкновении. Таким образом, матричные элементы оператора  $\hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\}$  в модели сильных столкновений [1, параграф 4] записываются в следующем виде:

$$\left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{jj} = -\nu\rho_{jj}(\mathbf{v}, z, t) + \sum_{\substack{n=1 \\ (n,j) \neq (g,e)}}^4 \nu_{nj} M(\mathbf{v}) \int \rho_{nm}(\mathbf{v}', z, t) d\mathbf{v}', \quad j=1, \dots, 4, \quad (1.1.4)$$

$$\left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{12} = \left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{21}^* = -\nu\rho_{12}(\mathbf{v}, z, t) + \nu_{coh}^{\nu\nu'} M(\mathbf{v}) \int \rho_{12}(\mathbf{v}', z, t) d\mathbf{v}', \quad (1.1.5)$$

$$\left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{ge} = \left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{eg}^* = -\nu\rho_{ge}(\mathbf{v}, z, t), \quad g=1, 2, \quad e=3, 4, \quad (1.1.6)$$

где  $M(\mathbf{v}) = (\sqrt{\pi}\nu_T)^{-3} e^{-\mathbf{v}^2/\nu_T^2}$  — максвелловское распределение по скоростям,  $\nu_T = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$  — наиболее вероятная скорость поступательного движения атомов,  $\nu$  — полная частота столкновений,  $\nu_{nm}$  — частота столкновений, приводящая к переходам из состояния  $|n\rangle$  в состояние  $|m\rangle$ ,  $\nu_{nm}^{\nu\nu'}$  — частота столкновений, при которых сохраняется низкочастотная когерентность между подуровнями основного состояния  $\rho_{12}(\mathbf{v}, z, t)$ .

Далее при вычислениях частоты задаются с учетом нормировки на полную частоту  $\nu$  следующим образом:

$$\begin{aligned}
v_{11} &= v_{22} = v; \\
v_{33} &= v(1-\eta); \\
v_{44} &= v[1-\eta(p_1^2 + p_2^2)/2]; \\
v_{31} &= v_{32} = \eta v / 2; \\
v_{41} &= v_{14} = \eta v p_1^2 / 2; \\
v_{42} &= v_{24} = \eta v p_2^2 / 2; \\
v_{12}^{vv'} &= v.
\end{aligned}$$

Здесь  $\eta$  — параметр, определяющий долю столкновений, приводящих к распаду возбужденного состояния. Величину  $v$  можно оценить, исходя из газокинетической формулы  $v = (n_a + n_{\text{buf}})\sigma\bar{u}$ , где  $n_a$  — концентрация активных атомов,  $n_{\text{buf}}$  — концентрация буферного газа,  $\sigma$  — сечение соответствующего процесса,  $\bar{u} = \sqrt{8kT/\pi\mu}$  — средняя тепловая скорость,  $\mu$  — приведенная масса активного атома и атома буферного газа. Здесь следует отметить, что концентрация атомов буферного газа  $n_{\text{buf}}$  в ансамбле много больше концентрации активных атомов  $n_a$ . В силу этого зависимостью частоты  $v$  от температуры можно пренебречь, так как от последней зависит только концентрация  $n_a$ .

Уравнение (1.1.2) необходимо записать поэлементно. При этом во всех недиагональных элементах матрицы плотности делается замена, выделяющая быстро осциллирующий множитель:

$$\rho_{ge}(\mathbf{v}, z, t) = \rho_{ge}^*(\mathbf{v}, z, t) = e^{i(\omega_g t - k_g z)} \tilde{\rho}_{ge}(\mathbf{v}, z, t), \quad g=1,2, \quad e=3,4, \quad (1.1.7)$$

$$\rho_{12}(\mathbf{v}, z, t) = \rho_{21}^*(\mathbf{v}, z, t) = e^{i(\omega_1 - \omega_2)t - i(k_1 - k_2)z} \tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}, z, t). \quad (1.1.8)$$

Далее динамика системы описывается на временах много больших, чем  $1/\omega_{ge}^{\text{ar}}$ , где  $\omega_{ge}^{\text{ar}}$  — атомная частота перехода  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ . Тогда при усреднении по этому времени слагаемые, возникающие в (1.1.2) после подстановки (1.1.3)–(1.1.8), осциллирующие с удвоенной частотой ( $\sim e^{\pm 2i(\omega_g t - k_g z)}$ ), обращаются в нуль (приближение вращающейся волны), и рассматриваемая система уравнений приобретает вид:

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{11}(\mathbf{v}) &= -i\Omega_1\tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}) + i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{31}(\mathbf{v}) - ip_1\Omega_1^*\tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}) + ip_1^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{41}(\mathbf{v}) + \\
&+ \frac{\gamma}{2}(\rho_{33}(\mathbf{v}) + p_1^2\rho_{44}(\mathbf{v})) - \nu\rho_{11}(\mathbf{v}) + \\
&+ v_{11}M(\mathbf{v})\int\rho_{11}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + v_{21}M(\mathbf{v})\int\rho_{22}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \\
&+ v_{31}M(\mathbf{v})\int\rho_{33}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + v_{41}M(\mathbf{v})\int\rho_{44}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}',
\end{aligned} \tag{1.1.9}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{22}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{22}(\mathbf{v}) &= -i\Omega_2\tilde{\rho}_{23}(\mathbf{v}) + i\Omega_2^*\tilde{\rho}_{32}(\mathbf{v}) - ip_2\Omega_2\tilde{\rho}_{24}(\mathbf{v}) + ip_2^*\Omega_2^*\tilde{\rho}_{42}(\mathbf{v}) + \\
&+ \frac{\gamma}{2}(\rho_{33}(\mathbf{v}) + p_2^2\rho_{44}(\mathbf{v})) - \nu\rho_{22}(\mathbf{v}) + \\
&+ v_{22}M(\mathbf{v})\int\rho_{22}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + v_{12}M(\mathbf{v})\int\rho_{11}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \\
&+ v_{32}M(\mathbf{v})\int\rho_{33}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + v_{42}M(\mathbf{v})\int\rho_{44}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}',
\end{aligned} \tag{1.1.10}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{33}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{33}(\mathbf{v}) &= i\Omega_1\tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}) - i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{31}(\mathbf{v}) + i\Omega_2\tilde{\rho}_{23}(\mathbf{v}) - i\Omega_2^*\tilde{\rho}_{32}(\mathbf{v}) - \gamma\rho_{33}(\mathbf{v}) - \nu\rho_{33}(\mathbf{v}) + \\
&+ v_{33}M(\mathbf{v})\int\rho_{33}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + v_{43}M(\mathbf{v})\int\rho_{44}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}',
\end{aligned} \tag{1.1.11}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{44}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{44}(\mathbf{v}) &= i\tilde{\kappa}\Omega_1\tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}) - ip_1^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{41}(\mathbf{v}) + ip_2\Omega_2\tilde{\rho}_{24}(\mathbf{v}) - ip_2^*\Omega_2^*\tilde{\rho}_{42}(\mathbf{v}) - \\
&- \frac{\gamma}{2}(p_1^2 + p_2^2)\rho_{44}(\mathbf{v}) - \nu\rho_{44}(\mathbf{v}) + \\
&+ v_{44}M(\mathbf{v})\int\rho_{44}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + v_{34}M(\mathbf{v})\int\rho_{33}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}',
\end{aligned} \tag{1.1.12}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{\rho}}_{12}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}) &= i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{32}(\mathbf{v}) - i\Omega_2\tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}) + ip_1^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{42}(\mathbf{v}) - ip_2\Omega_2\tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}) + \\
&+ \left[ i((\Delta_2 - \Delta_1) + (k_1 - k_2)v_z) - \Gamma_{12} - \nu \right] \tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}) + v_{coh}^{vv'}M(\mathbf{v})\int\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}',
\end{aligned} \tag{1.1.13}$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{13}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}) = -i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{11}(\mathbf{v}) - i\Omega_2^*\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}) + i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{33}(\mathbf{v}) + \left[ -i(\Delta_1 - k_1v_z) - \Gamma - \nu \right] \tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}), \tag{1.1.14}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{\rho}}_{14}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}) &= -ip_1^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{11}(\mathbf{v}) - ip_2^*\Omega_2^*\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}) + ip_1^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{44}(\mathbf{v}) + \\
&+ \left[ -i(\Delta_1 - \omega_{34} - k_1v_z) - \Gamma - \nu \right] \tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}),
\end{aligned} \tag{1.1.15}$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{23}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{23}(\mathbf{v}) = -i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{21}(\mathbf{v}) - i\Omega_2^*\rho_{22}(\mathbf{v}) + i\Omega_2^*\rho_{33}(\mathbf{v}) + \left[ -i(\Delta_2 - k_2v_z) - \Gamma - \nu \right] \tilde{\rho}_{23}(\mathbf{v}), \tag{1.1.16}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{\rho}}_{24}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{24}(\mathbf{v}) &= -ip_1^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{21}(\mathbf{v}) - ip_2^*\Omega_2^*\rho_{22}(\mathbf{v}) + ip_2^*\Omega_2^*\rho_{44}(\mathbf{v}) + \\
&+ \left[ -i(\Delta_2 - \omega_{34} - k_2v_z) - \Gamma - \nu \right] \tilde{\rho}_{24}(\mathbf{v}),
\end{aligned} \tag{1.1.17}$$

где  $\Omega_j = \frac{d_{3j}E_j}{\hbar}$  — половины частот Раби соответствующих полей;  $\Delta_g = \omega_g - \omega_{g3}^{ar}$

— отстройки частот полей от атомных переходов  $|g\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ;  $v_z$  — проекция вектора скорости  $\mathbf{v}$  на ось  $z$ . Здесь использовано приближение слабых полей

(малых частот Раби  $\Omega_j \ll \nu$ ), которое позволяет пренебречь населенностями возбужденных состояний по сравнению с населенностями основных ( $\rho_{ee} \ll \rho_{gg}$ ).

Решение данной системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных представляет собой сложную вычислительную задачу. По этой причине предлагается отказаться от установления скоростной зависимости состояния системы и перейти к редуцированной матрице плотности  $\bar{\rho}_{nm}(z, t) = \int \rho_{nm}(\mathbf{v}, z, t) d\mathbf{v}$  (символ «~» над буквой для случаев  $n \neq m$  опущен) путем интегрирования уравнений (1.1.9)–(1.1.13) по скоростям. При этом в силу упомянутого приближения слабых полей скоростные зависимости населенностей основных состояний и низкочастотной когерентности можно приближенно считать максвелловскими:

$$\rho_{gg}(\mathbf{v}, z, t) = M(\mathbf{v})\bar{\rho}_{gg}(z, t), \quad (1.1.18)$$

$$\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}, z, t) = M(\mathbf{v})\bar{\rho}_{12}(z, t). \quad (1.1.19)$$

Данное приближение обусловлено предполагаемыми узостью спектральной ширины линии излучения в сравнении с доплеровской шириной, малыми по сравнению с  $\gamma$  частотами Раби, а также длительным временем жизни низкочастотных когерентностей между подуровнями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ .

Слагаемые с градиентом в левых частях уравнений (1.1.9), (1.1.10) и (1.1.13) при этом исчезают. При интегрировании по скоростям уравнений (1.1.11) и (1.1.12) под знаком градиента возникает поток  $\mathbf{j}_e$  атомов в состоянии  $|e\rangle$ , который согласно первому закону Фика можно заменить на градиент концентрации соответствующих атомов:

$$\int \mathbf{v} \nabla \rho_{ee}(\mathbf{v}, z, t) d\mathbf{v} = \frac{1}{n_a} \nabla \mathbf{j}_e(z, t) = -D \Delta \rho_{ee}(z, t), \quad (1.1.20)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии,  $n_a$  — концентрация атомов активного вещества. Эффектами диффузии в данной работе пренебрегается, считая, что длина диффузии за время возбуждения  $\tau_e$  много меньше длины среды  $L$ :  $\sqrt{D\tau_e} \ll L$ . Это позволяет пренебречь также и производными по координатам в уравнениях (1.1.11) и (1.1.12). Стоит отметить, что закон Фика является чисто эмпирическим соотношением. Последовательный вывод уравнений для матрицы плотности с учетом диффузионных слагаемых можно найти в [117].

Таким образом, после интегрирования по скоростям уравнения (1.1.9)–(1.1.13) принимают вид:

$$\dot{\bar{\rho}}_{11} = -2\text{Re}\{i\Omega_1[\bar{\rho}_{13} + p_1\bar{\rho}_{14}]\} + \frac{\gamma}{2}(\bar{\rho}_{33} + p_1^2\bar{\rho}_{44}) + (v_{11} - \nu)\bar{\rho}_{11} + v_{21}\bar{\rho}_{22} + v_{31}\bar{\rho}_{33} + v_{41}\bar{\rho}_{44}, \quad (1.1.21)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_{22} = -2\text{Re}\{i\Omega_2[\bar{\rho}_{23} + p_1\bar{\rho}_{14}]\} + \frac{\gamma}{2}(\bar{\rho}_{33} + p_2^2\bar{\rho}_{44}) + (v_{22} - \nu)\bar{\rho}_{22} + v_{12}\bar{\rho}_{11} + v_{32}\bar{\rho}_{33} + v_{42}\bar{\rho}_{44}, \quad (1.1.22)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_{33} = 2\text{Re}\{i[\Omega_1\bar{\rho}_{13} + \Omega_2\bar{\rho}_{23}]\} - \gamma\bar{\rho}_{33} + v_{43}\bar{\rho}_{44}, \quad (1.1.23)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_{44} = 2\text{Re}\{i[\Omega_1 p_1\bar{\rho}_{14} + \Omega_2 p_2\bar{\rho}_{24}]\} - \frac{\gamma}{2}(p_1^2 + p_2^2)\bar{\rho}_{44} - (\nu - v_{44})\bar{\rho}_{44} + v_{34}\bar{\rho}_{33}, \quad (1.1.24)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_{12} = i[\Omega_1^*\bar{\rho}_{32} - \Omega_2\bar{\rho}_{13} + p_1^*\Omega_1^*\bar{\rho}_{42} - p_2\Omega_2\bar{\rho}_{14}] + [i\delta - \Gamma'_{12}]\bar{\rho}_{12}, \quad (1.1.25)$$

где  $\gamma' = \gamma + \nu - \nu_{33}$ ,  $\Gamma'_{12} = \Gamma_{12} + \nu - \nu_{coh}^{\nu\nu'}$ ,  $\Gamma' = \Gamma + \nu$  — модифицированные за счет столкновений скорости распадов,  $\delta = \Delta_2 - \Delta_1$  — двухфотонная отстройка. Таким образом, ширина линии излучения с учетом столкновений будет определяться величиной  $\gamma'$ . Тогда границы применимости приближения, в котором имеет место выражение (1.1.3), можно описать условием  $\gamma' \ll \omega_{12}^{at}$ , где  $\omega_{12}^{at}$  — частота сверхтонкого расщепления основного состояния атома.

Изменением оптических когерентностей по координате можно пренебречь, так как они разрушаются при каждом столкновении, а длина свободного пробега атомов полагается много меньше линейных размеров ансамбля. Таким образом, градиенты в уравнениях (1.1.14)–(1.1.17) также обращаются в нуль.

Ввиду наличия слагаемых  $\sim k_g v_z$ , учитывающих доплеровское смещение по частоте, переход к редуцированным элементам путем интегрирования уравнений (1.1.14)–(1.1.17) невозможен. В связи с этим оптические когерентности из этих уравнений сначала выражаются через квадратуры методом неопределенных коэффициентов, и только затем интегрируются по скоростям:

$$\tilde{\rho}_{g3}(t) = -i \int_0^t dt' \left[ \Omega_2^*(t') \tilde{\rho}_{g2}(t') + \Omega_1^*(t') \tilde{\rho}_{g1}(t') \right] \int_{-\infty}^{\infty} M(\mathbf{v}) e^{-i(\Delta_g - k_g v_z + \Gamma')(t-t')} d\mathbf{v}, \quad (1.1.26)$$

$$\tilde{\rho}_{g4}(t) = -i \int_0^t dt' \left[ p_2^* \Omega_2^*(t') \tilde{\rho}_{g2}(t') + p_1^* \Omega_1^*(t') \tilde{\rho}_{g1}(t') \right] \int_{-\infty}^{\infty} M(\mathbf{v}) e^{-i(\Delta_g - \omega_{34} - k_g v_z + \Gamma')(t-t')} d\mathbf{v}. \quad (1.1.27)$$

Динамика системы рассматривается с момента  $t=0$ , при котором оптические когерентности равны нулю, что обуславливает выбор нижнего предела интегрирования по времени.

Возникшие при этом интегралы по скоростям сводятся к интегралу Эйлера–Пуассона и берутся аналитически:

$$\tilde{\rho}_{g3}(t) = -i \int_0^t dt' \exp \left[ -\frac{v_T^2 k_g^2}{4} (t-t')^2 - (i\Delta_g + \Gamma')(t-t') \right] \times \\ \times \left[ \Omega_2^*(t') \tilde{\rho}_{g2}(t') + \Omega_1^*(t') \tilde{\rho}_{g1}(t') \right], \quad (1.1.28)$$

$$\tilde{\rho}_{g4}(t) = -i \int_0^t dt' \exp \left[ -\frac{v_T^2 k_g^2}{4} (t-t')^2 - (i(\Delta_g - \omega_{34}) + \Gamma')(t-t') \right] \times \\ \times \left[ p_2^* \Omega_2^*(t') \tilde{\rho}_{g2}(t') + p_1^* \Omega_1^*(t') \tilde{\rho}_{g1}(t') \right]. \quad (1.1.29)$$

При подстановке (1.1.28), (1.1.29) в (1.1.21)–(1.1.25) получается система однородных интегро-дифференциальных уравнений Вольтерры 2-го рода, которая допускает дальнейшее численное решение.

### 1.1.2. Случай отсутствия буферного газа. Метод пробного поля

В данном разделе строится математическая модель взаимодействия атомов с полем при отсутствии буферного газа. В случае достаточно разреженных атомных сред вследствие возможности свободного движения

атомов внутри среды пренебрегать производными по координатам в уравнении (1.1.2) в общем случае нельзя. Для упрощения задачи предлагается рассмотреть стационарный случай в отсутствии производных по времени. При этом особенно интересен случай сканирующего пробного поля, когда одна из составляющих  $\mathbf{E}_1 \equiv \mathbf{E}_p$  (пробное поле) в (1.1.1) имеет много меньшую амплитуду, чем другая  $\mathbf{E}_2 \equiv \mathbf{E}_c$  (связывающее поле). В этом случае оказывается возможным получение аналитического решения.

Далее выписываются матричные элементы (12), (13) и (14) уравнения (1.1.2) без интегралов столкновений в стационарном режиме, после перехода к медленным амплитудам матрицы плотности путем замены (1.1.7), (1.1.8) и используя приближение вращающейся волны:

$$v_z \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\rho}_{12} = i\Omega_p^* \tilde{\rho}_{32} - i\Omega_c \tilde{\rho}_{13} + ip_1^* \Omega_p^* \tilde{\rho}_{42} - ip_2 \Omega_c \tilde{\rho}_{14} + [i(\Delta_2 - \Delta_1 + qv_z) - \Gamma_{12}] \tilde{\rho}_{12}, \quad (1.1.30)$$

$$v_z \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\rho}_{13} = -i\Omega_p^* \rho_{11} - i\Omega_c \tilde{\rho}_{12} + i\Omega_p^* \rho_{33} + [-i(\Delta_1 - k_p v_z) - \Gamma] \tilde{\rho}_{13}, \quad (1.1.31)$$

$$v_z \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\rho}_{14} = -ip_1^* \Omega_p^* \rho_{11} - ip_2^* \Omega_c \tilde{\rho}_{12} + ip_1^* \Omega_p^* \rho_{44} + [-i(\Delta_1 - \omega_{34} - k_p v) - \Gamma] \tilde{\rho}_{14}, \quad (1.1.32)$$

где  $\Omega_p \equiv \Omega_1$ ,  $\Omega_c \equiv \Omega_2$ ,  $k_1 \equiv k_p$ ,  $k_2 \equiv k_c$ ,  $q = k_p - k_c$ . Здесь, считая фронт падающей волны плоским и бесконечным, а торцевые стенки ячейки параллельными ему, произведен переход к одномерной вдоль оси  $z$  задаче.

Далее, пользуясь приближением сильного связывающего поля  $E_c \gg E_p$ , можно приближенно считать всю населенность сосредоточенной на уровне  $|1\rangle$ . Благодаря этому в уравнениях (1.1.30)-(1.1.32) можно пренебречь слагаемыми второго порядка по  $\Omega_p$ , т.е. пропорциональными  $\rho_{33}$ ,  $\rho_{44}$ ,  $\rho_{23}$  и  $\rho_{24}$ , а элемент  $\rho_{11}$  считать постоянным по координате и термализованным по скорости:  $\rho_{11}(v_z, z) = M(v_z)/L$ . Так как после столкновения со стенкой оптические когерентности  $\rho_{1e}$  придут в равновесие с полем намного быстрее низкочастотной когерентности  $\rho_{12}$  (считая  $\Gamma \gg \Gamma_{12}$ ), можно также пренебречь

зависимостями от координаты  $\rho_{1c}$ , отыскивая решения на достаточном удалении от стенок. Таким образом, уравнения (1.1.30)–(1.1.31) примут вид:

$$v_z \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\rho}_{12} = -i\Omega_c \tilde{\rho}_{13} - ip_2 \Omega_c^* \tilde{\rho}_{14} + ip_1^* \Omega_p^* \tilde{\rho}_{14} - \delta_{12} \tilde{\rho}_{12}, \quad (1.1.33)$$

$$0 = -i\Omega_p^* \frac{M}{L} - i\Omega_c^* \tilde{\rho}_{12} - \delta_{13} \tilde{\rho}_{13}, \quad (1.1.34)$$

$$0 = -ip_1^* \Omega_p^* \frac{M}{L} - ip_2^* \Omega_c^* \tilde{\rho}_{12} - \delta_{14} \tilde{\rho}_{14}, \quad (1.1.35)$$

Здесь введены обозначения:  $\delta_{12}(v_z) = i(\Delta_p - \Delta_c - qv_z) + \Gamma_{12}$ ,  $\delta_{13}(v_z) = i(\Delta_p - k_p v_z) + \Gamma$ ,  $\delta_{14}(v_z) = i(\Delta_p - \omega_{34} - k_p v_z) + \Gamma$ . Данные величины можно назвать комплексными скоростями распадов низкочастотной и оптических когерентностей соответственно.

Оптические когерентности выражаются из (1.1.34) и (1.1.35):

$$\tilde{\rho}_{13} = \frac{-i}{\delta_{13}} \left( \Omega_p^* \frac{M}{L} + \Omega_c^* \tilde{\rho}_{12} \right), \quad (1.1.36)$$

$$\tilde{\rho}_{14} = \frac{-i}{\delta_{14}} \left[ p_1^* \Omega_p^* \frac{M}{L} + p_2^* \Omega_c^* \tilde{\rho}_{12} \right]. \quad (1.1.37)$$

После подстановки их в (1.1.33) получается обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка для  $\rho_{12}$ :

$$v_z \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\rho}_{12} = - \left( \delta_{12} + \frac{|\Omega_c|^2}{\delta_{13}} + \frac{|p_2 \Omega_c|^2}{\delta_{14}} \right) \tilde{\rho}_{12} - \frac{M}{L} \Omega_p^* \Omega_c \left( \frac{1}{\delta_{13}} + \frac{p_1^* p_2}{\delta_{14}} \right). \quad (1.1.38)$$

Его общее решение ищется в виде:

$$\tilde{\rho}_{12}^+(v, z) = \tilde{\rho}_{12}^{0+}(v) \left\{ (W^+(v) + 1) \exp \left[ -\frac{\lambda^+}{v} z \right] - 1 \right\}, \quad (1.1.39)$$

$$\tilde{\rho}_{12}^-(v, z) = \tilde{\rho}_{12}^{0-}(v) \left\{ (W^-(v) + 1) \exp \left[ -\frac{\lambda^-}{v} (L - z) \right] - 1 \right\}. \quad (1.1.40)$$

Здесь  $\tilde{\rho}_{12}^\pm(v, z) = \tilde{\rho}_{12}(\pm v, z)$  — парциальные вклады в низкочастотную когерентность от скоростных групп атомов, движущихся вдоль и против оси

$z$  ( $v = |v_z|$ );  $\lambda^\pm(v) = \delta_{12}^\pm(v) + \frac{|\Omega_c|^2}{\delta_{13}^\pm(v)} + \frac{|p_2 \Omega_c|^2}{\delta_{14}^\pm(v)}$  — комплексная скорость установления  
равновесного состояния данной скоростной группы атомов с полем;

$\tilde{\rho}_{12}^{0\pm}(v) = \frac{\Omega_p^* \Omega_c}{\lambda^\pm(v) \delta_{134}^\pm(v)} \frac{M(v)}{L}$  — распределение низкочастотной когерентности по  
скоростям в условиях равновесия с полем и отсутствия столкновений;

$\delta_{134}^\pm = \left( \frac{1}{\delta_{13}^\pm} + \frac{p_1^* p_2}{\delta_{14}^\pm} \right)^{-1}$  — комплексная скорость распада когерентности между  
уровнем  $|1\rangle$  и невырожденным возбужденным состоянием;  $W^\pm(v)$  —  
константа интегрирования уравнения (1.1.38).

Низкочастотные когерентности  $\tilde{\rho}_{12}$  атомов, вылетающих со стенки,  
имеют вид:

$$\tilde{\rho}_{12}^+(v, 0) = \tilde{\rho}_{12}^{0+}(v) W^+(v), \quad (1.1.41)$$

$$\tilde{\rho}_{12}^-(v, L) = \tilde{\rho}_{12}^{0-}(v) W^-(v) \quad (1.1.42)$$

Отсюда видно, что функция  $W^\pm(v)$  имеет смысл комплексного  
показателя равновесности низкочастотной когерентности данной скоростной  
группы атомов с полем после столкновения со стенкой. Отличие данной  
функции от единицы указывает на потерю равновесности низкочастотной  
когерентности после столкновения. Вид этой функции определяется  
граничными условиями, которые будут обсуждаться в разделе 1.2.

## 1.2 Учет конечных размеров среды. Граничные условия для матрицы плотности

Столкновения со стенками ячейки в общем случае приводят к  
изменению внутреннего состояния атома. Как было упомянуто ранее, в  
случае наличия буферного газа процесс медленной диффузии не успеет  
перенести отраженные от стенки атомы на расстояния, сравнимые с длиной  
ячейки, до того, как внешнее поле сможет установить в них новое

стационарное состояние. Поэтому влияние стенок сведется к наличию тонкого приповерхностного слоя атомов в переходном состоянии, которым можно пренебречь, рассматривая достаточно большие ячейки. При отсутствии же буферного газа, влиянием стенок пренебрегать нельзя. При этом необходимо конкретизировать характер отражения атомов от стенок, диктуемый типом её покрытия. В данном разделе рассматриваются некоторые известные [34] предельные случаи поведения атомов при отражении от стенок применительно к результатам п. 1.1.2, ограничившись рассмотрением столкновений с торцевыми стенками ячейки.

### 1.2.1. Зеркально-некогерентное отражение

В данном случае предполагается, что при столкновении со стенкой все атомные населенности сохраняются, а когерентность полностью разрушается. Граничные условия такого типа имеют вид

$$\rho_{12}^{\pm} \Big|_{z=0,L} = 0. \quad (1.2.1)$$

Как легко заметить из (1.1.41) и (1.1.42), функция  $W^{\pm}$  в случае граничных условий зеркально-некогерентного отражения равна нулю:  $W_{\text{snq}}^{\pm} = 0$ .

### 1.2.2. Зеркально-когерентное отражение

При зеркально-когерентном отражении от стенки, предполагается, что внутреннее состояние атома не изменяется, а его скорость в одномерном случае меняет знак:

$$\rho_{12}^+ \Big|_{z=0,L} = \rho_{12}^- \Big|_{z=0,L}. \quad (1.2.2)$$

Подставляя (1.1.39) и (1.1.40) в (1.2.2), получается система:

$$\frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^+ \delta_{134}^+} \left( W^+(v) + 1 - \frac{M(v)}{L} \right) = \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^- \delta_{134}^-} \left( \left( W^-(v) + 1 \right) e^{-\frac{\lambda^- z}{v}} - \frac{M(v)}{L} \right), \quad (1.2.3)$$

$$\frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^+ \delta_{134}^+} \left( (W^+(\nu) + 1) e^{-\frac{\lambda^+}{\nu} z} - \frac{M(\nu)}{L} \right) = \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^- \delta_{134}^-} \left( (W^-(\nu) + 1) - \frac{M(\nu)}{L} \right),$$

решение которой дает вид функции  $W^\pm$  для случая зеркально-когерентного отражения:

$$W_{\text{spec}}^\pm = \frac{1 - \exp\left(-\frac{\lambda^\pm}{\nu} L\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\lambda^+ + \lambda^-}{\nu} L\right)} \left( 1 - \frac{\lambda^\pm \delta_{134}^\pm}{\lambda^\mp \delta_{134}^\mp} \right) - 1. \quad (1.2.4)$$

### 1.2.3. Диффузное отражение

Данный тип отражения имеет место при относительно больших временах адсорбции атомов на поверхности. В этом случае считается, что после столкновения со стенкой атом вылетает, быть может, с иной скоростью, определяемой температурой стенки, но в том же внутреннем состоянии. Таким образом, состояние ансамбля после столкновения со стенкой предполагается термализованным [A7]:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{12}^+(\nu, 0) &= \bar{\rho}_{12}^+(0) M(\nu), \\ \tilde{\rho}_{12}^-(\nu, L) &= \bar{\rho}_{12}^-(L) M(\nu), \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

где  $\bar{\rho}_{12}^\pm(z) = 2 \int_0^\infty \tilde{\rho}_{12}^\pm(\nu, z) d\nu$ . В качестве граничных условий берется равенство потоков когерентности налетающей на стенку и улетающей с неё:

$$j_{12}^+ \Big|_{z=0,L} = j_{12}^- \Big|_{z=0,L}, \quad (1.2.6)$$

где  $j_{12}^\pm = \int_0^\infty \tilde{\rho}_{12}^\pm(\nu, z) \nu d\nu$ .

Подстановка (1.2.6) в (1.2.5), дает:

$$\int_0^\infty \tilde{\rho}_{12}^-(\nu, 0) \nu d\nu = \int_0^\infty \bar{\rho}_{12}^+(0) M(\nu) \nu d\nu, \quad (1.2.7)$$

$$\int_0^{\infty} \tilde{\rho}_{12}^+(\nu, L) \nu d\nu = \int_0^{\infty} \tilde{\rho}_{12}^-(L) M(\nu) \nu d\nu.$$

Вычисляя значение интеграла  $\int_0^{\infty} M(\nu) \nu d\nu = \frac{\nu_T}{2\sqrt{\pi}}$ , можно выразить  $\tilde{\rho}_{12}^+(0)$  и  $\tilde{\rho}_{12}^-(L)$  через исходные матричные элементы:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{12}^+(0) &= \frac{2\sqrt{\pi}}{\nu_T} \int_0^{\infty} \tilde{\rho}_{12}^-(\nu, 0) \nu d\nu, \\ \tilde{\rho}_{12}^-(L) &= \frac{2\sqrt{\pi}}{\nu_T} \int_0^{\infty} \tilde{\rho}_{12}^+(\nu, L) \nu d\nu. \end{aligned} \tag{1.2.8}$$

Далее производится определение вида констант  $W^{\pm}$ . Подстановка условия (1.2.5) в общее решение (1.1.41) и (1.1.42) позволяет записать следующие выражения для констант:

$$\begin{aligned} W^+(\nu) &= M(\nu) \left( \tilde{\rho}_{12}^+(0) + \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^+ \delta_{134}^+} \frac{1}{L} \right) \left( \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^+ \delta_{134}^+} \right)^{-1} - 1, \\ W^-(\nu) &= M(\nu) \left( \tilde{\rho}_{12}^-(L) + \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^- \delta_{134}^-} \frac{1}{L} \right) \left( \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^- \delta_{134}^-} \right)^{-1} - 1 \end{aligned} \tag{1.2.9}$$

Подстановка их в (1.1.41) и (1.1.42) дает:

$$\begin{aligned} \rho_{12}^+(\nu, z) &= M(\nu) \left[ \left( \tilde{\rho}_{12}^+(0) + \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^+ \delta_{134}^+} \frac{1}{L} \right) e^{-\frac{\lambda^+ z}{\nu}} - \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^+ \delta_{134}^+} \frac{1}{L} \right], \\ \tilde{\rho}_{12}^-(\nu, z) &= M(\nu) \left[ \left( \tilde{\rho}_{12}^-(L) + \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^- \delta_{134}^-} \frac{1}{L} \right) e^{-\frac{\lambda^- (L-z)}{\nu}} - \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{\lambda^- \delta_{134}^-} \frac{1}{L} \right]. \end{aligned} \tag{1.2.10}$$

Наконец, подставляя (1.2.10) в (1.2.8), получается система уравнений для  $\tilde{\rho}_{12}^+(0)$  и  $\tilde{\rho}_{12}^-(L)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{12}^+(0) - U^- \tilde{\rho}_{12}^-(L) &= \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{L} V^-, \\ \tilde{\rho}_{12}^-(L) - U^+ \tilde{\rho}_{12}^+(0) &= \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{L} V^+, \end{aligned} \tag{1.2.11}$$

$$\text{где } U^\pm = \frac{2\sqrt{\pi}}{\nu_T} \int_0^\infty M(\nu) e^{-\frac{\lambda^\pm}{\nu} L} \nu d\nu, \quad V^\pm = \frac{2\sqrt{\pi}}{\nu_T} \int_0^\infty \frac{1}{\lambda^\pm \delta_{134}^\pm} \left( e^{-\frac{\lambda^\pm}{\nu} L} - 1 \right) M(\nu) \nu d\nu.$$

Решение системы (1.2.11) имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{12}^+(0) &= \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{L} \frac{V^+ U^- + V^-}{1 - U^+ U^-}, \\ \tilde{\rho}_{12}^-(L) &= \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{L} \frac{V^- U^+ + V^+}{1 - U^+ U^-}. \end{aligned} \quad (1.2.12)$$

Подстановка его в (1.2.9) позволяет получить окончательное выражение для функций  $W^\pm$  в модели диффузного отражения:

$$W_{\text{diff}}^\pm = \lambda^\pm \delta_{134}^\pm \frac{V^\pm U^\mp + V^\mp}{1 - U^+ U^-}. \quad (1.2.13)$$

### 1.3. Учет оптической плотности среды. Уравнения переноса поля

До сих пор амплитуды внешнего электромагнитного поля в (1.1.1) предполагались заданными на всем протяжении среды независимо от координаты. При этом обратным влиянием атомов на поле пренебрегалось. Однако в тех случаях, когда концентрация активных атомов имеет величину достаточно большую, чтобы длина свободного пробега фотонов оказалась меньше или порядка длины ячейки, т.е. при выполнении условия  $(n_a \sigma)^{-1} \leq L$ , где  $\sigma$  — сечение рассеяния фотона на атоме (оценка данной величины приведена в конце данного раздела), пренебрегать зависимостью от координат  $E_{1,2}$  нельзя. В этом случае говорят об оптической плотности среды. Для корректного описания взаимодействия такой среды с резонансным излучением уравнение (1.1.2) необходимо дополнить уравнением распространения электромагнитного поля. Далее приводится его вывод в терминах, введенных в разделе 1.1.

Напряженность электрического поля  $\mathbf{E}(z, t)$  в изотропной немагнитной среде с ненулевым вектором макроскопической поляризации  $\mathbf{P}(z, t)$  удовлетворяет волновому уравнению вида

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (1.3.1)$$

Дифференциальный оператор второго порядка в левой части уравнения (1.3.1) допускает факторизацию на два оператора первого порядка:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E}(z, t) = \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{E}(z, t). \quad (1.3.2)$$

С учетом медленного изменения амплитуд полей на временах оптического периода  $\left( \frac{\partial \mathbf{E}_j}{\partial z} \ll k_j \mathbf{E}_j, \frac{\partial \mathbf{E}_j}{\partial t} \ll \omega_j \mathbf{E}_j \right)$  подстановка (1.1.1) в (1.3.2) дает:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cong -2ik_1 \mathbf{E}_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} - 2ik_2 \mathbf{E}_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{к.с.}, \quad (1.3.3)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( -ik_1 \mathbf{E}_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} - ik_2 \mathbf{E}_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{к.с.} \right) = \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (1.3.4)$$

Макроскопическую поляризацию среды можно вычислить как квантовомеханическое среднее дипольного момента единицы объема:

$$\mathbf{P}(z, t) = n_a \text{Sp}(\hat{\mathbf{d}} \hat{\rho}) = n_a \sum_{g, e} \bar{\rho}_{ge}(z, t) d_{eg} \mathbf{e}_d e^{i(\omega_g t - k_g z)} + \text{к.с.}, \quad (1.3.5)$$

где усреднение предполагается по внутренним степеням свободы атома и его поступательной скорости, но не по его координате, так как поляризация среды вычисляется в бесконечно малой окрестности точки  $z$ .

После подстановки (1.3.5) в (1.3.4), предполагая медленные изменения амплитуд элементов матрицы плотности  $\left( \frac{\partial \bar{\rho}_{ge}}{\partial z} \ll k_g \bar{\rho}_{ge}, \frac{\partial \bar{\rho}_{ge}}{\partial t} \ll \omega_g \bar{\rho}_{ge} \right)$ , обе части полученного уравнения последовательно умножаются на обе комплексные экспоненты  $e^{i(\omega_j t - k_j z)}$  и вновь используется приближение вращающейся волны:

$$\frac{\partial E_1}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_1}{\partial t} = 2\pi i n_a k_1 d_{31} (\bar{\rho}_{31} + p_1 \bar{\rho}_{41}), \quad (1.3.6)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_2}{\partial t} = 2\pi i n_a k_2 d_{32} (\bar{\rho}_{32} + p_2 \bar{\rho}_{42}). \quad (1.3.7)$$

Изменениями амплитуд полей на временах пролета фотоном длины ячейки пренебрегается, что позволяет отбросить вторые слагаемые в левых частях (1.3.6), (1.3.7). Окончательный вид данных уравнений в терминах частот Раби записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \Omega_j}{\partial z} = \frac{2\pi i n_a k_j |d_{3j}|^2}{\hbar} (\bar{\rho}_{3j} + p_j \bar{\rho}_{4j}). \quad (1.3.8)$$

Уравнения (1.3.8) дополняют уравнение (1.1.2), образуя самосогласованную систему, несущую информацию как об эволюции квантового состояния ансамбля атомов на всей его длине, так и об изменении амплитуд полей при прохождении сквозь среду.

Далее производится оценка характерного сечения  $\sigma$  рассеяния электромагнитного поля атомом. Для этой цели можно рассмотреть простейшую модель среды двухуровневых атомов, взаимодействующих с резонансной монохроматической электромагнитной волной с частотой Раби  $\Omega$  и волновым числом  $k$ . При этом необходимо учесть наличие спонтанных распадов возбужденного состояния со скоростью  $\gamma$  и атомной когерентности  $\rho_{eg}$  со скоростью  $\Gamma$ . Когерентность такой системы в стационарном состоянии при  $\Omega \ll \gamma$  определяется выражением  $\rho_{eg} = i\Omega/\Gamma$ . Уравнение для частоты Раби внешнего поля (1.3.8) в данном случае примет вид:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z} = \frac{2\pi i n_a k |d_{ge}|^2}{\hbar} \tilde{\rho}_{eg} = -\frac{2\pi n_a k |d_{ge}|^2}{\hbar \Gamma} \Omega.$$

Отсюда видно, что характерную длину свободного пробега фотона можно оценить как  $\hbar\Gamma/(2\pi n_a k |d_{ge}|^2)$ . Используя известное соотношение [116, формула (6.3.14)], связывающее скорость спонтанного распада и величину

матричного элемента оператора дипольного момента  $|d_{ge}|^2 = \frac{3\hbar\gamma}{4k^3}$ , получается следующее выражение для сечения рассеяния фотона на атоме:

$$\sigma = \frac{3\pi\gamma}{2\Gamma} \frac{1}{k^2} = \frac{3\gamma}{8\pi\Gamma} \lambda^2,$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения.

## 1.4. Учет магнитной структуры уровней

В разделе 1.1 рассматривалась только сверхтонкая структура уровней атома, и не учитывался векторный характер электромагнитного поля. В данном разделе производится обобщение данной теории на случай наличия магнитного расщепления сверхтонких подуровней D1-линий щелочных атомов (рисунок 1.4.1). Такой подход позволяет произвести более корректное описание процессов возбуждения темных резонансов в «реальных» атомах, а также делает возможным анализ влияния поляризации внешнего излучения на данные процессы.

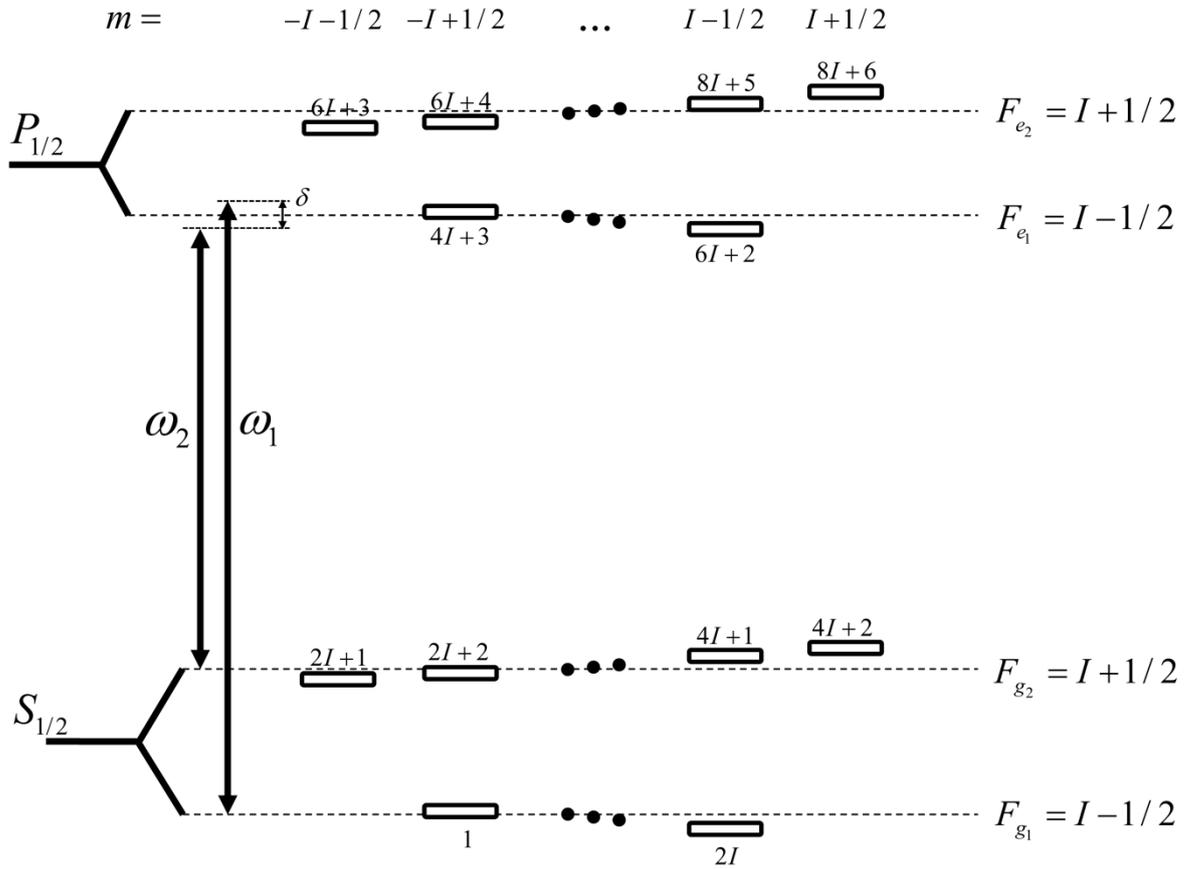


Рис. 1.4.1. Схема уровней D1-линии щелочного атома невырожденных по магнитному моменту.

Описание поляризации лазерного излучения производится путем разложения комплексных амплитуд в (1.1.1) по контравариантным циклическим ортам  $\mathbf{e}^\pm = \mp(\mathbf{e}_x \mp i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$  [118]:

$$\mathbf{E}_j(\mathbf{r}, t) = E_j(\mathbf{r}, t)\mathbf{e}_j = E_j(\mathbf{r}, t)(a_j^+\mathbf{e}^+ + a_j^-\mathbf{e}^-), \quad (1.4.1)$$

Здесь коэффициенты  $a_j^\pm$  определяют состояние поляризации излучения следующим образом:

$$a_j^+ = \exp[-i(\varphi_j + \psi_j)] \cos(\chi_j + 3\pi/4),$$

$$a_j^- = \exp[-i(\varphi_j - \psi_j)] \sin(\chi_j + 3\pi/4),$$

где  $\varphi_j$ ,  $\psi_j$ ,  $\chi_j$  — начальная фаза, наклон эллипса поляризации и параметр эллиптичности поля  $\mathbf{E}_j$  соответственно (см. рисунок 1.4.2).

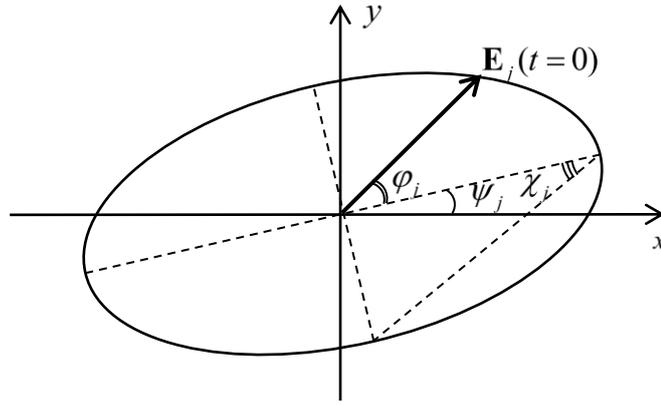


Рис. 1.4.2. Эллипс поляризации  $j$ -й компоненты излучения. Пояснения см. в тексте.

Тогда гамильтониан взаимодействия  $\hat{V}$  в дипольном приближении будет иметь вид:

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}}\mathbf{E} = -\left[\left(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}_1\right)E_1e^{-i(\omega_1t-k_1z)} + \left(\hat{\mathbf{d}}\mathbf{e}_2\right)E_2e^{-i(\omega_2t-k_2z)} + \text{Э.с.}\right]. \quad (1.4.2)$$

Здесь  $\hat{\mathbf{d}}$  — векторный оператор дипольного момента. Оператор  $\hat{\mathbf{d}}$  в данном случае удобно записать посредством контравариантных циклических ортов  $\mathbf{e}_{\pm} = (\mathbf{e}^{\pm})^*$ :

$$\hat{\mathbf{d}} = \hat{d}^+\mathbf{e}^+ + \hat{d}^-\mathbf{e}^- + \hat{d}^0\mathbf{e}_z. \quad (1.4.3)$$

Значения матричных элементов циклических компонент оператора дипольного момента для оптических переходов можно найти, используя теорему Вигнера–Эккарта [118, раздел 13.1, формула (40)] и теорию спонтанного распада [116, раздел 6.3]:

$$d_{e_j g_j}^q = (-1)^{F_{g_j} + J + I - 1} \sqrt{(2J+1)(2F_{g_j}+1)} C_{F_{g_j}, m_{g_j}, 1, q}^{F_{e_j}, m_{e_j}} \begin{Bmatrix} I & F_{e_j} & J \\ 1 & J & F_{g_j} \end{Bmatrix} V_0 \quad (1.4.4)$$

где  $V_0 = \sqrt{\frac{3\hbar c^3 \gamma}{4\omega_{D1}^3}}$ ;  $\gamma$  — скорость спонтанного распада возбужденного состояния;  $\omega_{D1}$  — частота нерасщепленного перехода D1-линии;  $c$  — скорость света в вакууме;  $F_{g_j(e_j)} = I + (-1)^j / 2$ ,  $J = 1/2$ ,  $I$  — абсолютные

величины полного момента атома на уровне  $|g_j\rangle(|e_j\rangle)$ , момента электронной оболочки на уровне  $|n\rangle$  и момента ядра соответственно;  $m_n$  — значение проекции полного момента на уровне  $|n\rangle$ ;  $C_{F_g, m_g, 1, q}^{F_e, m_e}$  — коэффициенты Клебша–Гордана; фигурными скобками обозначены бј-символы;  $g_1 = 1, \dots, 2I$ ;  $g_2 = 2I, \dots, 4I + 2$ ;  $e_1 = 4I + 3, \dots, 6I + 2$ ;  $e_2 = 6I + 3, \dots, 8I + 6$ ;  $g = 1, \dots, 4I + 2$ ;  $e = 4I + 3, \dots, 6I + 2$ ;  $q = \pm 1, 0$ .

В недиагональных элементах матрицы плотности производится замена, выделяющая быстро осциллирующий множитель:

$$\begin{aligned}\rho_{g_j e} &= \rho_{eg_j}^* = e^{i(\omega_j t - k_j z)} \tilde{\rho}_{g_j e}, \\ \rho_{g_1 g_2} &= \rho_{g_2 g_1}^* = e^{i[(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)z]} \tilde{\rho}_{g_1 g_2}.\end{aligned}\quad (1.4.5)$$

Отстройки полей от соответствующих нерасщепленных переходов определяются, предполагая настройку на уровне с  $F_e = 1$ , следующим образом:

$$\Delta_j = \omega_j - (\omega_{D_1} + \Delta_{e_1}^{\text{hfs}} - \Delta_{g_j}^{\text{hfs}}), \quad (1.4.6)$$

где  $\Delta_n^{\text{hfs}}$  — частоты сверхтонких расщеплений уровней  $|n\rangle$ .

С учетом замены (1.4.5) уравнение (1.1.2) записывается поэлементно, исключая слагаемые осциллирующие с удвоенной частотой ( $\sim e^{\pm 2i(\omega_j t - k_j z)}$ ) в рамках приближения вращающейся волны:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{gg}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{gg}(\mathbf{v}) &= i\sum_e (\tilde{V}_{eg}^* \tilde{\rho}_{eg}(\mathbf{v}) - \tilde{\rho}_{ge}(\mathbf{v}) \tilde{V}_{eg}) + \sum_e \gamma_{eg} \rho_{ee}(\mathbf{v}) \\ &\quad - \nu\rho_{gg}(\mathbf{v}) + \sum_{g'} \nu_{g'g} M(\mathbf{v}) \int \rho_{g'g'}(\mathbf{v}') d^3\mathbf{v}' + \sum_e \nu_{eg} M(\mathbf{v}) \int \rho_{ee}(\mathbf{v}') d^3\mathbf{v}',\end{aligned}\quad (1.4.7)$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{ee}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{ee}(\mathbf{v}) &= i\sum_g (\tilde{V}_{eg} \tilde{\rho}_{ge}(\mathbf{v}) - \tilde{\rho}_{eg}(\mathbf{v}) \tilde{V}_{eg}^*) - (\gamma + \nu)\rho_{ee}(\mathbf{v}) \\ &\quad + \sum_{e'} \nu_{e'e} M(\mathbf{v}) \int \rho_{e'e'}(\mathbf{v}') d^3\mathbf{v}',\end{aligned}\quad (1.4.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{g_je}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{g_je}(\mathbf{v}) = & -i(\Delta_j + \Delta_{g_je} - \mathbf{k}_j\mathbf{v})\tilde{\rho}_{g_je}(\mathbf{v}) + i\sum_{g'_j}\rho_{g_jg'_j}(\mathbf{v})\tilde{V}_{eg'_j}^* \\ & - \left(\frac{\gamma}{2} + \nu\right)\tilde{\rho}_{g_je}(\mathbf{v}), \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{g_1g_2}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{g_1g_2}(\mathbf{v}) = & i\sum_e(\tilde{V}_{eg_1}^*\tilde{\rho}_{eg_2}(\mathbf{v}) - \tilde{\rho}_{g_1e}(\mathbf{v})\tilde{V}_{eg_2}) \\ & - i(\Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_{g_1g_2} - \mathbf{q}\mathbf{v})\tilde{\rho}_{g_1g_2}(\mathbf{v}) - \nu\tilde{\rho}_{g_1g_2}(\mathbf{v}) + \nu_{S_{1/2}}^{\text{rf}}M(\mathbf{v})\int\tilde{\rho}_{g_1g_2}(\mathbf{v}')d^3\mathbf{v}', \end{aligned} \quad (1.4.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{g_jg'_j}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{g_jg'_j}(\mathbf{v}) = & i\omega_{g_jg'_j}\rho_{g_jg'_j}(\mathbf{v}) + i\sum_e(\tilde{V}_{eg_j}^*\tilde{\rho}_{eg'_j}(\mathbf{v}) - \tilde{\rho}_{g_je}(\mathbf{v})\tilde{V}_{eg'_j}) - \nu\rho_{g_jg'_j}(\mathbf{v}) \\ & + \nu_{S_{1/2}}^{\text{zee}}M(\mathbf{v})\int\rho_{g_jg'_j}(\mathbf{v}')d^3\mathbf{v}', \quad g'_j \neq g_j. \end{aligned} \quad (1.4.11)$$

Здесь введены обозначения:  $\Delta_{g_je} = \Delta_{e_1}^{\text{hfs}} + \Delta_{g_j}^{\text{mag}} - (\Delta_{e_1}^{\text{hfs}} + \Delta_{e_1}^{\text{mag}})$ ;  $\Delta_{g_1g_2} = \Delta_{g_1}^{\text{mag}} - \Delta_{g_2}^{\text{mag}}$ ;  $\Delta_n^{\text{mag}}$  — частоты магнитных расщеплений уровней  $|n\rangle$  (оцениваются по формуле Брейта–Раби [119] с точностью до квадратичного по магнитному полю члена);  $\gamma$  — скорость распадов возбужденных состояний;  $\gamma_{eg}$  — скорости распадов возбужденных уровней  $|e\rangle$  на уровни  $|g\rangle$ ;  $\tilde{V}_{eg_j} = (\mathbf{d}_{eg_j} \mathbf{e}_j)E_j / \hbar$  — обобщенные частоты Раби соответствующих переходов;  $\nu_{nm}$  — частоты столкновений, приводящих к переходам  $|n\rangle \rightarrow |m\rangle$ ;  $\nu$  — полная частота столкновений;  $\nu_{S_{1/2}}^{\text{rf}}, \nu_{S_{1/2}}^{\text{zee}}$  — частоты столкновений, при которых не происходит разрушения радиочастотных и зеемановских когерентностей между подуровнями  $S_{1/2}$  состояний соответственно (последняя в расчетах полагается равной  $\nu$ );  $\omega_{mm} = \omega_m^{\text{am}} - \omega_n^{\text{am}}$ ;  $g = 1, \dots, 8$ ;  $e = 9, \dots, 16$ . Здесь интегралы столкновений записаны в модели сильных столкновений [1], а уравнения для когерентностей между подуровнями возбужденного состояния  $\tilde{\rho}_{ee'}$  отброшены в рамках адиабатического приближения ( $\tilde{V}_{eg} \ll \nu$ ). Значения констант для атома  $^{87}\text{Rb}$  заимствованы из работы [120].

Используя модель, в которой атомные населенности после столкновений оказываются равномерно перемешанными по основному и

возбужденному мультиплетам [1, параграф 4], можно связать частоты  $\nu_{nm}$  с полной частотой столкновений  $\nu$  следующим образом:

$$\nu_{g'g} = \begin{cases} \nu(1 - \eta^{rf}), g' = g \\ \frac{\eta^{rf}\nu}{N_{S_{1/2}} - 1}, g' \neq g \end{cases}, \quad \nu_{e'e} = \begin{cases} \nu(1 - \eta^{rf} - \eta^{opt}), e' = e \\ \frac{\eta^{rf}\nu}{N_{P_{1/2}} - 1}, e' \neq e \end{cases}, \quad (1.4.12)$$

где  $N_{S_{1/2}} = N_{P_{1/2}} = 8$  — количества подуровней  $S_{1/2}$  и  $P_{1/2}$  состояний соответственно;  $\eta^{rf}$ ,  $\eta^{opt}$  — доли столкновений, приводящих к перемешиванию населенностей между подуровнями основного состояния и к тушению возбуждения соответственно;  $\eta^{opt}$  — доля столкновений, приводящих к тушению возбуждения.

Дальнейшее рассмотрение, как и ранее, будет ограничиваться приближениями плоского фронта волны, малости дифракции поля на краях среды, а также однородности её оптических свойств. Кроме того, будет пренебрегаться эффектами диффузии, считая, что длина диффузии за время возбуждения много меньше характерных размеров среды. Все это позволяет пренебречь зависимостью матрицы плотности от координат в поперечных лазерному лучу направлениях:  $\hat{\rho} = \hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)$ .

Далее производится переход к редуцированной матрице плотности  $\bar{\rho}_{nm}(z, t) = \int \rho_{nm}(\mathbf{v}, z, t) d^3\mathbf{v}$  (символ «~» над буквой для случаев  $n \neq m$  снова опущен) путем интегрирования уравнений по скоростям. При этом, используя приближение слабых полей, скоростные зависимости населенностей основных состояний  $\rho_{gg}(\mathbf{v})$  и когерентностей между магнитными  $\rho_{g_j g'_j}(\mathbf{v})$  и сверхтонкими  $\rho_{g_1 g_2}(\mathbf{v})$  подуровнями основного состояния можно приближенно считать максвелловскими:

$$\rho_{gg'}(\mathbf{v}, z, t) = M(\mathbf{v}) \bar{\rho}_{gg'}(z, t). \quad (1.4.13)$$

Данное приближение обусловлено предполагаемыми узостью спектральной ширины линии излучения в сравнении с доплеровской шириной, малыми по

сравнению с  $\gamma$  частотами Раби, а также длительным временем жизни когерентностей между подуровнями основного состояния.

Интегрирование уравнений (1.4.7), (1.4.8), (1.4.10), (1.4.11) по скоростям дает:

$$\dot{\bar{\rho}}_{g_j g_j} = i \sum_{e=9}^{16} (\tilde{V}_{eg_j}^* \bar{\rho}_{eg_j} - \bar{\rho}_{g_j e} \tilde{V}_{eg_j}) + \frac{\gamma'}{N_{S_{1/2}}} \bar{\rho}_{exc} - \eta^{rf} \nu \bar{\rho}_{g_j g_j} + \frac{\eta^{rf} \nu}{N_{S_{1/2}} - 1} \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^8 \bar{\rho}_{g' g'}, \quad (1.4.14)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_{exc} = i \sum_{e=9}^{16} \sum_{g=1}^8 (\tilde{V}_{eg} \bar{\rho}_{ge} - \bar{\rho}_{eg} \tilde{V}_{eg}^*) - \gamma \bar{\rho}_{exc}, \quad (1.4.15)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_{g_1 g_2} = i \sum_{e=9}^{16} (\tilde{V}_{eg_1}^* \bar{\rho}_{eg_2} - \bar{\rho}_{g_1 e} \tilde{V}_{eg_2}) - (i(\Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_{g_1 g_2}) + \gamma_{12}) \bar{\rho}_{g_1 g_2}, \quad (1.4.16)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_{g_j g'_j} = i \sum_{e=9}^{16} (\tilde{V}_{eg_j}^* \bar{\rho}_{eg'_j} - \bar{\rho}_{g_j e} \tilde{V}_{eg'_j}) + i \omega_{g_j g'_j} \bar{\rho}_{g_j g'_j}, \quad (1.4.17)$$

где  $\bar{\rho}_{exc} = \sum_e \bar{\rho}_{ee}$  — суммарная населенность возбужденных состояний;

$\gamma' = \gamma + \nu \eta^{opt}$  — модифицированная за счет столкновений скорость распадов возбужденных состояний;  $\gamma_{12} = \nu - \nu_{S_{1/2}}^{rf}$  — скорость столкновительных распадов радиочастотных когерентностей между сверхтонкими подуровнями основного состояния. При получении данных уравнений слагаемые с градиентами в левых частях уравнений (1.4.7), (1.4.8), (1.4.10), (1.4.11), а также слагаемое в (1.4.10), учитывающее остаточный доплеровский сдвиг  $\mathbf{q}\mathbf{v}$ , исчезают вследствие приближения (1.4.13). Здесь при получении уравнения (1.4.14) рассматривается случай полной столкновительной деполяризации возбужденного состояния, предполагая  $\eta^{rf} \nu \gg \gamma'$ , что имеет место для относительно высоких давлений буферного газа [96, 121]. Стоит отметить, что для таких давлений столкновительное уширение линии становится соизмеримо с частотой сверхтонкого расщепления возбужденного состояния.

В уравнениях (1.4.9) переход к редуцированным элементам матрицы плотности путем интегрирования уравнений по скоростям аналитически невозможен ввиду наличия доплеровских слагаемых, пропорциональных  $\mathbf{k}_j \mathbf{v}$ . Поэтому оптические когерентности выражаются сначала через квадратуры и затем интегрируются по скоростям:

$$\bar{\rho}_{g_j e_i}(t) = i \int_0^t dt' \sum_{g'_j} \bar{\rho}_{g_j g'_j}(t') \tilde{V}_{e_i g'_j}^*(t') \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v} M(\mathbf{v}) \exp \left[ - \left( i \left( \Delta_j + \Delta_{g_j e_i} - \mathbf{k}_j \mathbf{v} \right) + \Gamma' \right) (t - t') \right], \quad (1.4.18)$$

где  $\Gamma' = \gamma / 2 + \nu$ .

Интегрирования (1.4.18) по скорости дает:

$$\bar{\rho}_{g_j e_i}(t) = i \int_0^t dt' \exp \left[ - \frac{\nu_T^2 k_j^2}{4} (t - t')^2 - \left( i \Delta_j + i \Delta_{g_j e_i} + \Gamma' \right) (t - t') \right] \sum_{g'_j} \bar{\rho}_{g_j g'_j}(t') \tilde{V}_{e_i g'_j}^*(t'). \quad (1.4.19)$$

Подстановка (1.4.19) в (1.4.14)–(1.4.17) приводит к системе интегро-дифференциальных уравнений Вольтерры 2-го рода, которая допускает дальнейшее численное решение.

## 1.5. Выводы к главе 1

1. Выведена система уравнений для матрицы плотности (1.1.21)–(1.1.27), описывающей эволюцию состояния системы движущихся четырехуровневых атомов под действием внешнего резонансного излучения. Получено общее аналитическое решение данной системы для случая отсутствия буферного газа в методе пробного поля, учитывающее столкновения атомов с торцевыми стенками ячейки. Частный вид данных решений выведен во второй части главы для различных граничных условий.
2. На основе классического волнового уравнения произведен вывод уравнений переноса электромагнитного излучения (1.3.8). Дополненная им система (1.1.21)–(1.1.27) позволяет описывать эволюцию оптически плотных атомных сред под действием двухчастотного излучения.
3. Получены уравнения для матрицы плотности (1.4.14)–(1.4.17), обобщающие изложенную выше теорию, на случай полной невырожденности магнитной структуры атомных уровней. Данные уравнения содержат параметры, определяющие поляризацию внешнего излучения и приложенное магнитное поле.

## Глава 2

# **Влияние температуры и оптической плотности среды на форму и сдвиги резонансов когерентного пленения населенностей, детектируемых методом Рэмси**

Несмотря на достаточно большое количество работ по исследованию эффекта КПН в газовых ячейках в схеме Рамана – Рэмси (см., напр., [84 – 93]), они в большинстве своем являются экспериментальными. Теоретические расчеты, как правило, ограничиваются простейшими трехуровневыми моделями оптически тонких сред неподвижных атомов. Однако, как будет показано далее, учет движения атомов среды и её оптической плотности может привести к существенно отличающимся результатам.

В данной главе будут приведены результаты численных расчетов резонансных контуров КПН, детектируемых методом импульсного возбуждения Рэмси, выполненные на основе теории приведенной в главе 1 для модельной четырехуровневой схемы возбуждения. В разделе 2.1 приводится описание схемы Рэмси, рассматриваемой в данной работе. В разделе 2.2 будут рассмотрены оптически тонкие и оптически плотные ансамбли неподвижных атомов. В разделе 2.3 рассматривается процесс возбуждения резонансов в оптически плотных и оптически тонких ячейках движущихся атомов при наличии буферного газа.

Результаты данной главы опубликованы в работах [A1–A3, A9–A14].

## 2.1. Схема Рэмси

В настоящей работе исследуются особенности поведения резонансов КПН, детектируемых так называемым методом Рэмси, или методом разнесенных полей [81]. Суть метода заключается в подаче внешнего поля не непрерывно, а разнесенными во времени импульсами.

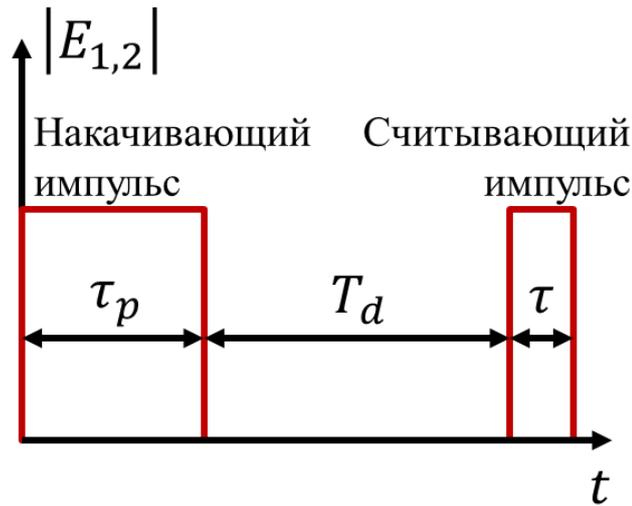


Рис. 2.1.1. Последовательность огибающих лазерных импульсов при схеме опроса Рэмси.

В работе рассматривается случай импульсов с двумя прямоугольными огибающими длительностями  $\tau_p$  и  $\tau$  разделенными во времени темновой паузой длительностью  $T_d$  (рисунок 2.1.1). Таким образом, амплитуды в (1.1.1) зависят от времени на входе в среду следующим образом:

$$E_j(z_0, t) = E_{j0}(z_0) [\theta(t) - \theta(t - \tau_p) + \theta(t - T_d - \tau_p) - \theta(t - T_d - \tau_p - \tau)], \quad j = 1, 2, \quad (2.1.1)$$

где  $\theta(t)$  — функция Хевисайда,  $E_{j0}(z)$  — амплитуды импульсов, зависящие от координаты;  $z_0 = 0$  — координата начала среды. В случае оптически тонкой среды соотношение (2.1.1) приближенно имеет место на всем её протяжении ( $z \approx z_0$ ).

Первый накачивающий импульс имеет длительность, достаточную для установления стационарного состояния КПН в ансамбле ( $\tau_p \gg \gamma/\Omega_{j0}^2$ ). В

течение темновой паузы успевают разрушиться как все населенности возбужденных состояний, так и все когерентности, за исключением низкочастотной, которая имеет значительно большее время жизни:

$$\max\{\gamma^{-1}, \Gamma^{-1}\} \ll T_d \ll \Gamma_{12}^{-1}. \quad (2.1.2)$$

Второй короткий импульс детектирует систему в состоянии КПН. Низкочастотная когерентность  $\bar{\rho}_{12}$  на протяжении темновой паузы будет эволюционировать, изменяя свою фазу на величину  $\delta \cdot T_d$ . Если к моменту наступления считывающего импульса  $\bar{\rho}_{12}$  будет находиться в фазе с полем, то есть при выполнении условия  $\delta T_d = 2\pi p$ ,  $p = 1, 2, \dots$ , то система продолжит существовать в состоянии КПН. Если же  $\bar{\rho}_{12}$  окажется в противофазе с излучением, то за короткое время порядка  $\Gamma^{-1}$  поле навяжет низкочастотной когерентности свою фазу, разрушив при этом состояние КПН. В результате в зависимости от величины  $\delta$ , система будет либо возбуждаться, либо оставаться в плененном состоянии. Контур резонанса КПН при этом примет вид гребенки узких пиков (см. рисунок 2.1.2), ширина которых зависит исключительно от длительности темновой паузы, как  $\pi / T_d$ . Таким образом, увеличивая величину  $T_d$ , оставаясь в пределах соотношения (2.1.2), возможно получить набор резонансов, имеющих ширину много меньшую, чем ширина резонанса КПН, детектируемого непрерывным излучением.

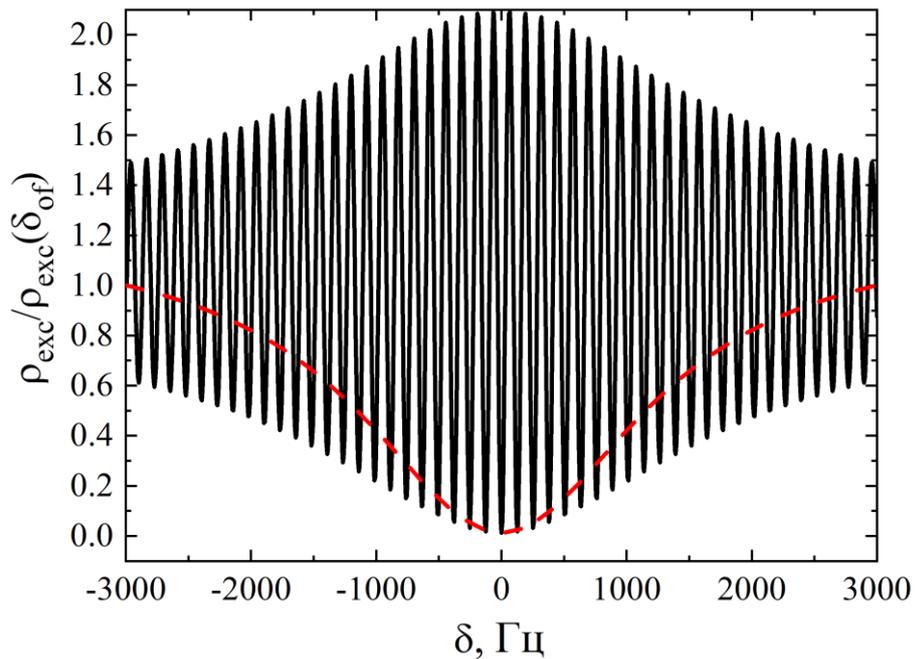


Рис. 2.1.2. Характерный вид зависимости относительной населенности возбужденного состояния от двухфотонной отстройки для случаев детектирования КПН непрерывным излучением (пунктирная кривая) и методом Рэмси (сплошная кривая).

## 2.2. Ансамбль неподвижных атомов

В данном разделе рассматриваются результаты, полученные на основе теории, построенной в разделах 1.1 и 1.3, в пределе низких температур. Для этого в системе (1.1.21)–(1.1.25) с учетом (1.1.28) и (1.1.29) необходимо перейти к пределам  $T \rightarrow 0$ ,  $\nu \rightarrow 0$  и исследовать поведение зависимости населенности возбужденных состояний  $\rho_{\text{exc}} = \rho_{33} + \rho_{44}$  от двухфотонной отстройки  $\delta$  при различных параметрах лазерной накачки и атомного ансамбля.

### 2.2.1. Оптически тонкий ансамбль

В силу оптической тонкости координатными зависимостями матрицы плотности и амплитуд электрического поля можно пренебречь. Полученная

таким образом система уравнений (1.1.21)–(1.1.25) с учетом (1.1.28) и (1.1.29) допускает численное решение методом Рунге–Кутты четвертого порядка.

На рисунке 2.2.1(а) представлена форма резонанса Рэмси для различных отношений  $p_2$  матричных элементов дипольного момента. При уменьшении  $p_2$  в системе возникает асимметрия, связанная с тем, что на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  действуют различные частоты Раби ( $\Omega_1$  и  $p_2 \cdot \Omega_1$  соответственно). Как известно [122], электромагнитное поле при взаимодействии с атомным переходом вызывает сдвиг  $S$  этого перехода, определяемый выражением пропорциональным дисперсионному контуру и квадрату модуля частоты Раби  $\Omega$ :

$$S = \frac{|\Omega|^2}{4} \frac{\Delta}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}, \quad (2.2.1)$$

где  $\Delta$  — отстройка от данного перехода,  $\Gamma$  — ширина линии поглощения.

Поскольку электромагнитные поля настроены на уровень  $|3\rangle$ , двухфотонная отстройка  $\delta \ll \omega_{34}$ . Взаимодействие полей с состоянием  $|4\rangle$  вызывает сдвиги уровней  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ . Благодаря возникающей асимметрии сдвиги эти различны, и, следовательно, возникает сдвиг микроволнового перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  (рисунок 2.2.1(б)). Это ведет к изменению положения минимума резонанса на рисунке 2.2.1(а).

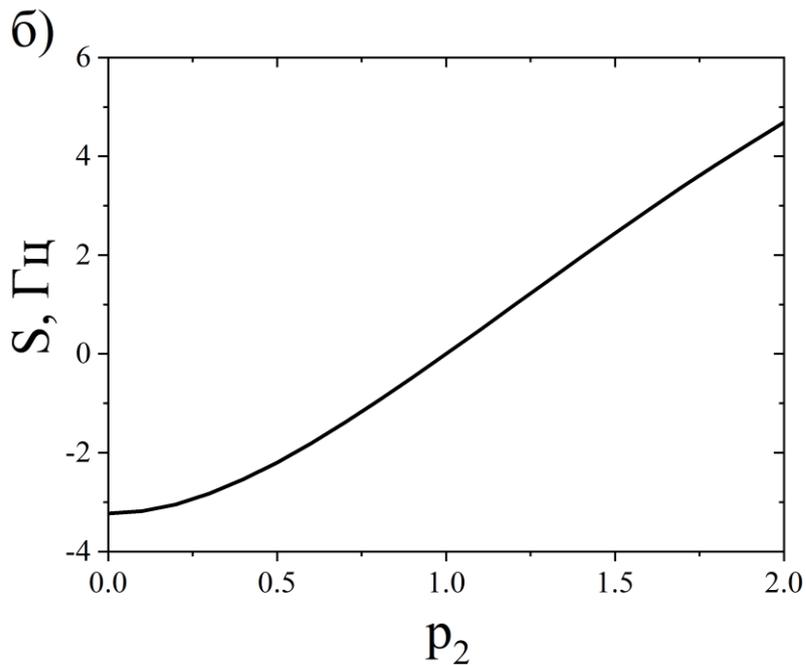
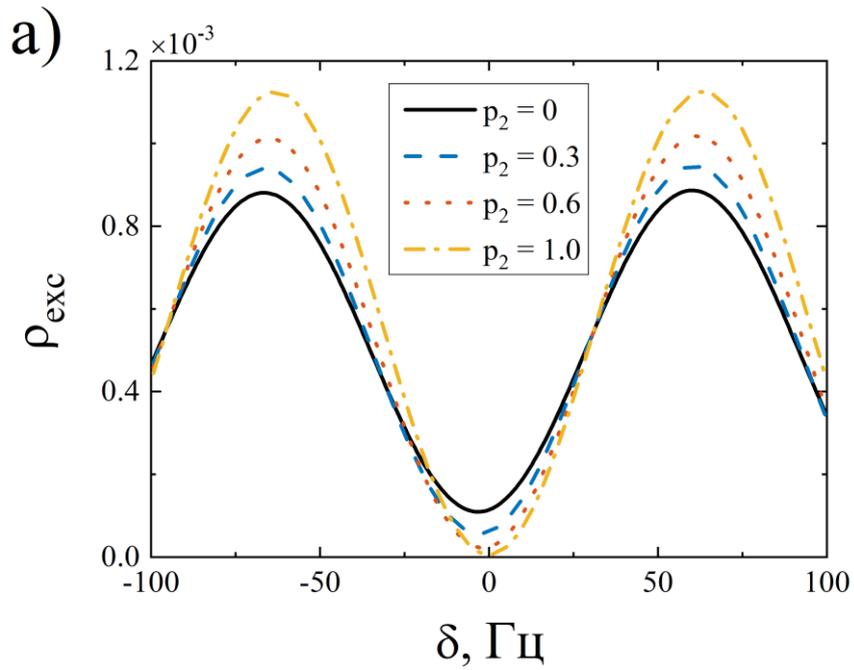


Рис. 2.2.1. (а) — форма резонанса Рэмси по сигналу флуоресценции для различных соотношений матричных элементов дипольного момента  $p_2$  при  $p_1 = 1$ ; (б) — зависимость величины светового сдвига  $S$  от  $p_2$ . Длительность считывающего импульса  $\tau = 10\gamma^{-1}$ , темновой паузы  $T_d = 8\text{мс}$ , частоты Раби на входе в среду (в пике импульса)  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.01\gamma$ , расщепление уровней возбужденного состояния  $\omega_{34} = 0.6\gamma$ .

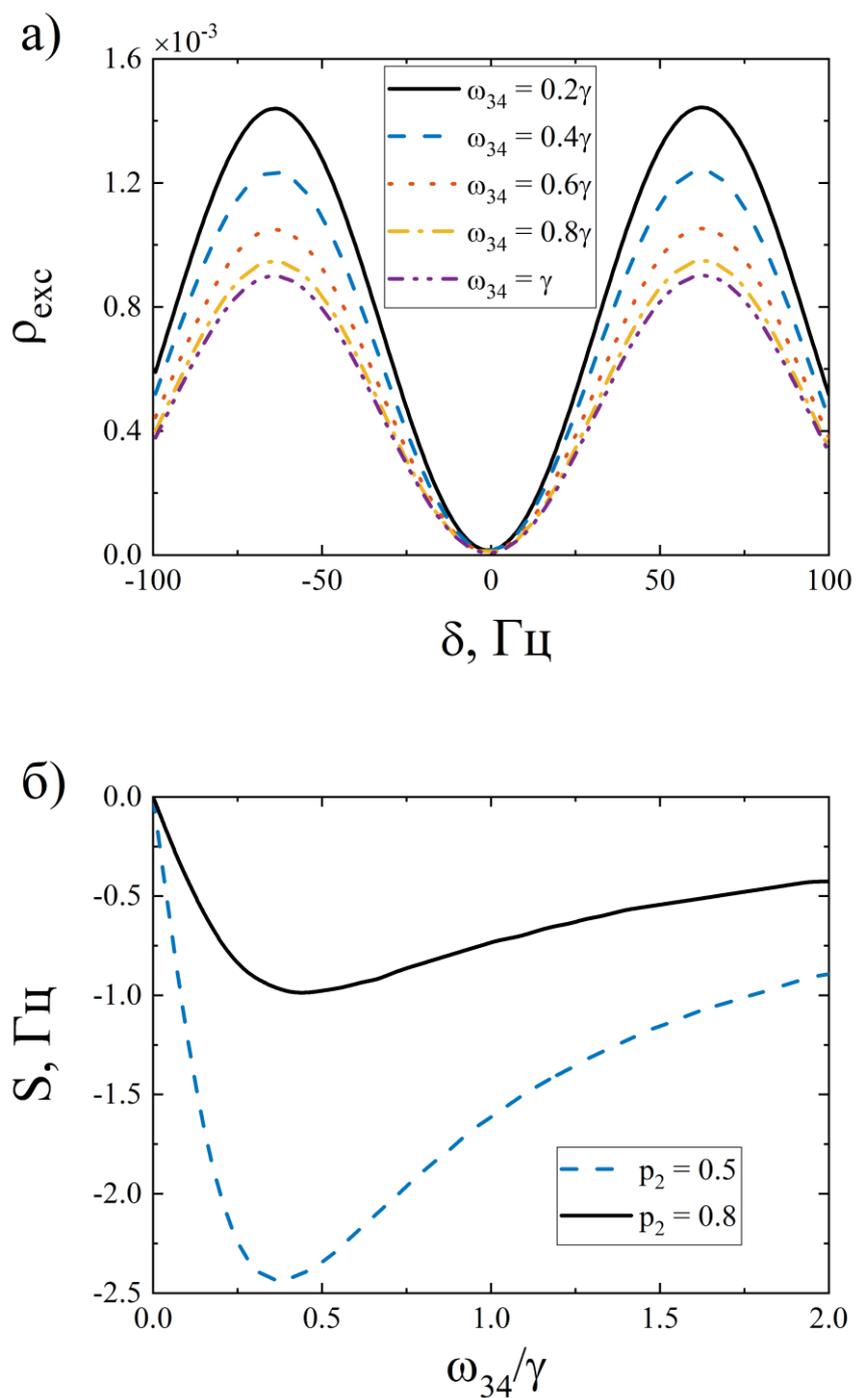


Рис. 2.2.2. (а) — форма резонанса Рэмси по сигналу флуоресценции для различных величин расщепления  $\omega_{34}$  для  $p_2 = 0.8$ ; (б) — зависимость величины светового сдвига  $S$  от  $\omega_{34}$  для различных  $p_2$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.1.

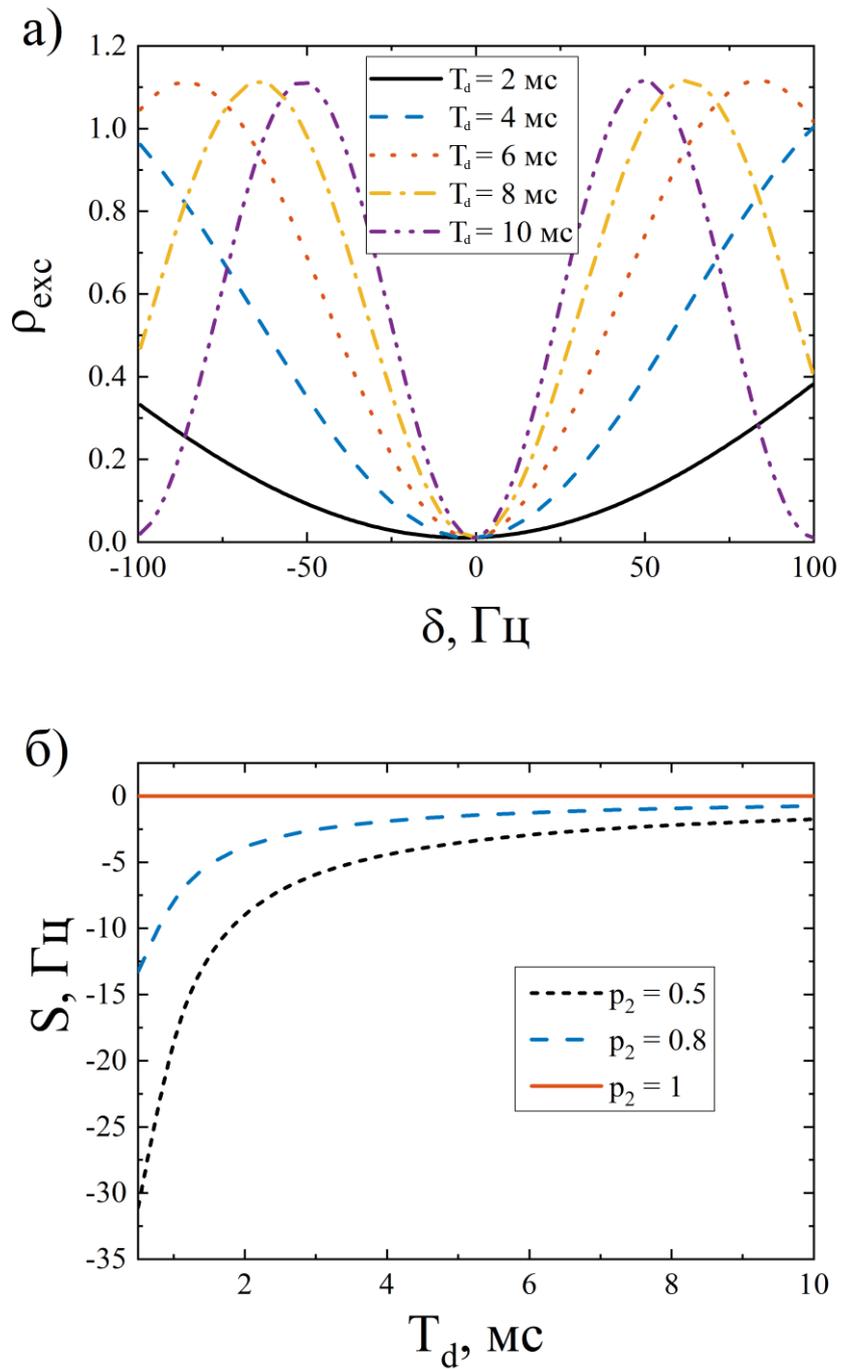


Рис. 2.2.3. (а) — форма резонанса Рэмси по сигналу флуоресценции для различных длительностей темновой паузы  $T_d$ . (б) — зависимость величины светового сдвига  $S$  от  $T_d$ .  $p_2 = 0.8$ ,  $p_1 = 1$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.1.

Сдвиг резонанса на рисунке 2.2.2 зависит от расщепления между возбужденными уровнями, согласно выражению (2.2.1), по дисперсионному закону.

При увеличении длительности темновой паузы  $T_d$  средняя по времени интенсивность внешнего излучения падает, поэтому уменьшается и сдвиг минимума резонанса (рисунок 2.2.3). Вместе с этим происходит сужение резонанса. Важно заметить, что с уменьшением значения  $\delta$  снижается также его чувствительность к флуктуациям интенсивности. Таким образом, увеличение  $T_d$  позволяет улучшить выходные характеристики резонанса двояким образом: за счет повышения добротности резонанса (его сужения при постоянной амплитуде) и за счет уменьшения чувствительности светового сдвига к флуктуациям интенсивности. Однако, повышение  $T_d$  возможно в пределах времени жизни  $\Gamma_{12}^{-1}$  низкочастотной когерентности. При дальнейшем увеличении  $T_d$  происходит снижение амплитуды резонанса.

На рисунке 2.2.4 показана зависимость формы резонанса от частот Раби полей (амплитуд накачивающего и считывающего импульсов). Как видно из рисунка 2.2.4(б), уменьшение соотношения  $\Omega_1 / \Omega_2$  при удерживании постоянной  $\Omega_2$  приводит к балансировке частот Раби на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и исчезновению светового сдвига.

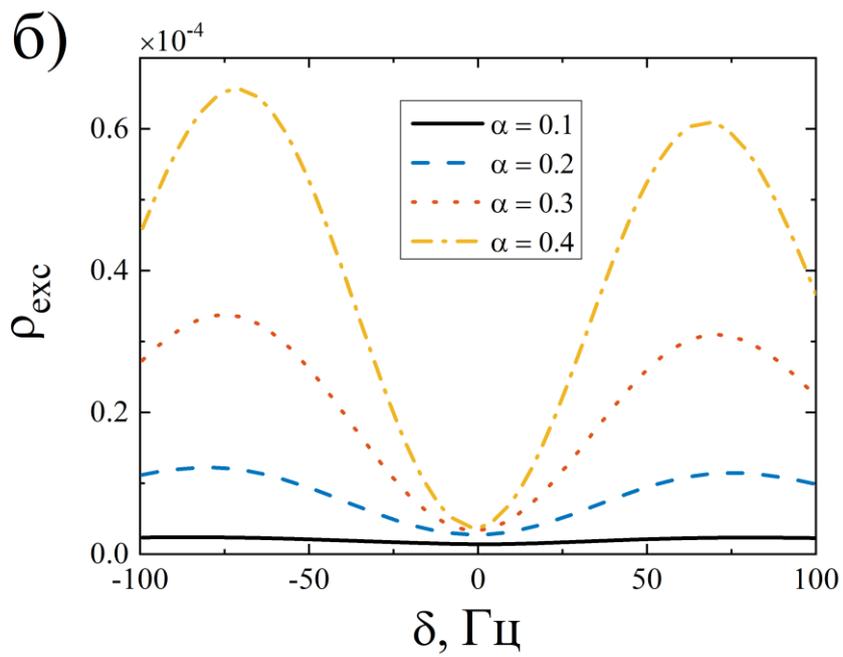
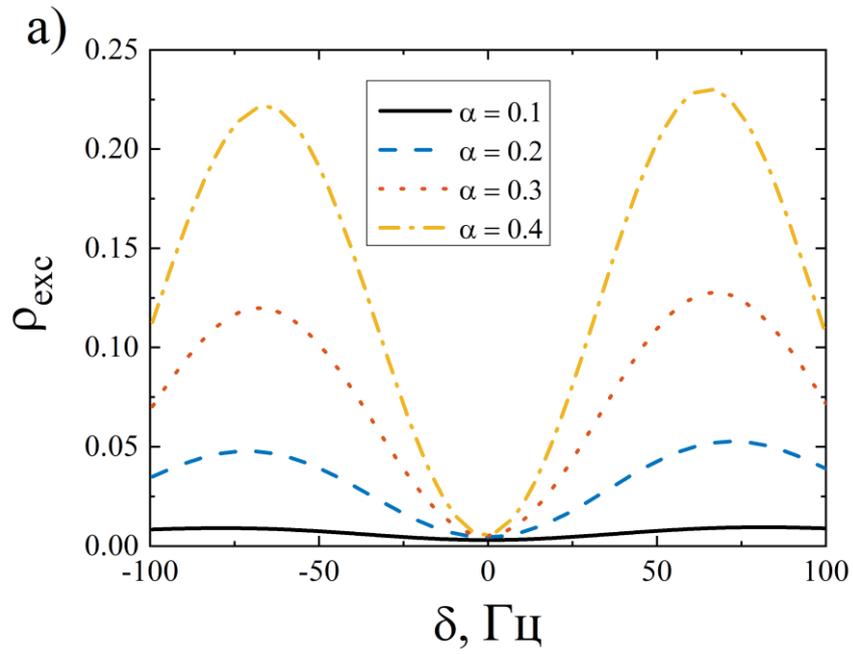


Рис. 2.2.4. Форма резонанса Рэмси по сигналу флуоресценции для различных частот Раби  $\Omega_2 = \alpha \cdot 0.01\gamma$  при поддержании постоянным соотношения  $\Omega_1 / \Omega_2 = 1.5$  (а) и  $\Omega_1 / \Omega_2 = 0.5$  (б). Остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.1.

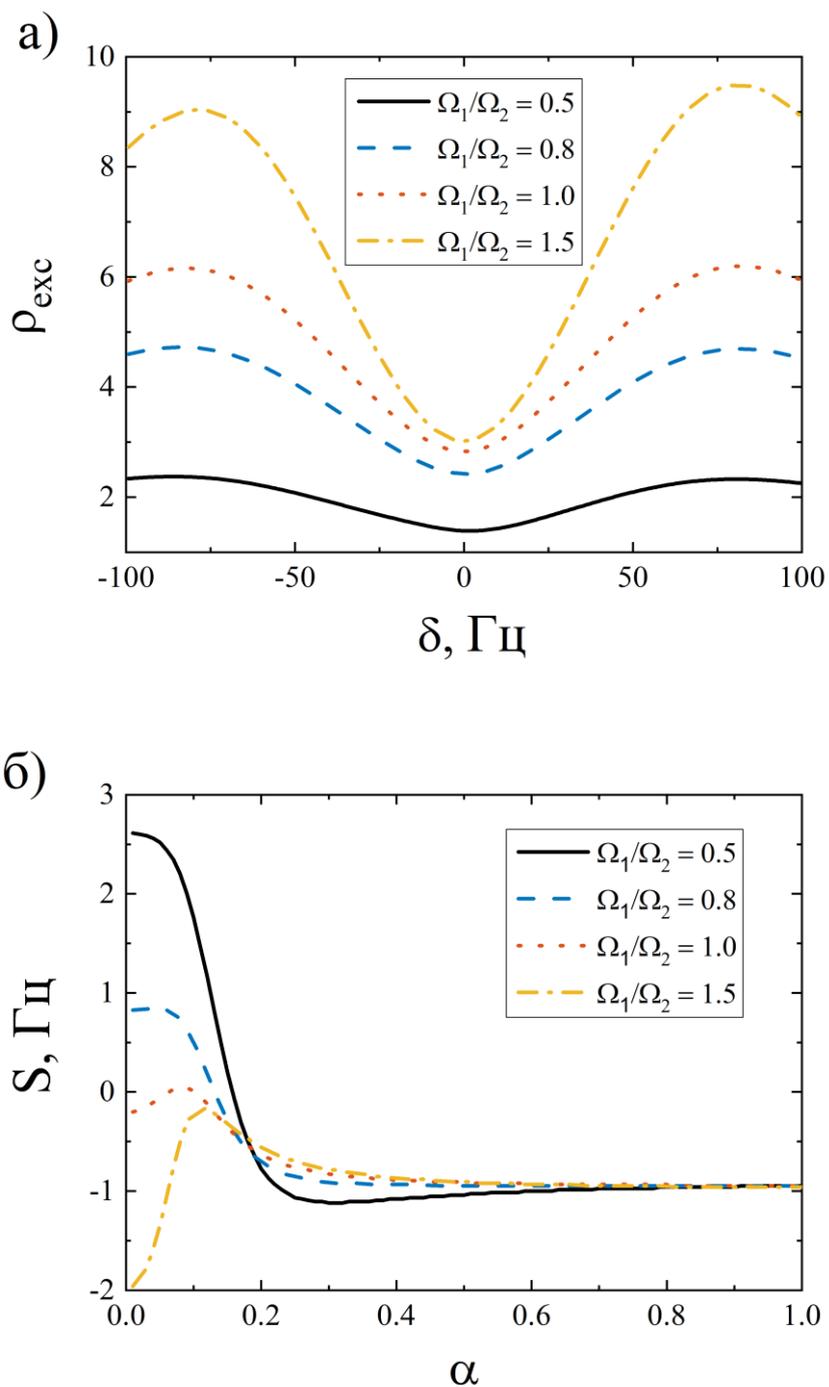


Рис. 2.2.5. Изменение формы резонанса для различных отношений  $\Omega_1/\Omega_2$  при поддержании постоянной частоты Раби  $\Omega_2 = 0.001\gamma$  (а). Зависимость величины светового сдвига  $S$  от частоты Раби  $\Omega_2 = \alpha \cdot 0.01\gamma$  для различных отношений частот Раби (б).  $p_2 = 0.8, p_1 = 1$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.1.

Однако на световой сдвиг влияют не только отношения  $\Omega_1/\Omega_2$ ,  $p_1$ ,  $p_2$ , но и абсолютные величины частот Раби. На рисунке 2.2.5 (б) показана зависимость светового сдвига от нормированной частоты Раби  $\alpha = \Omega_2/0.01\gamma$  при постоянном отношении  $\Omega_1/\Omega_2$ . Наиболее интересным является изменение знака сдвига при определенных значениях  $\alpha$ . Данную особенность можно использовать в оптически плотной среде, поскольку в ней происходит поглощение полей, следовательно будут присутствовать области пространства, в которых световой сдвиг имеет разные знаки. Данные области могут компенсировать друг друга и позволить добиться подавления сдвига на резонансе, построенном по сигналу прошедшего вперед излучения.

### **2.2.2. Оптически плотный ансамбль**

В случае оптически плотной среды пренебрегать координатной зависимостью матрицы плотности нельзя. И тогда систему (1.1.21)–(1.1.25) с учетом (1.1.28) и (1.1.29) необходимо решать согласовано с уравнениями для частот Раби полей (1.3.8) на всей длине среды.

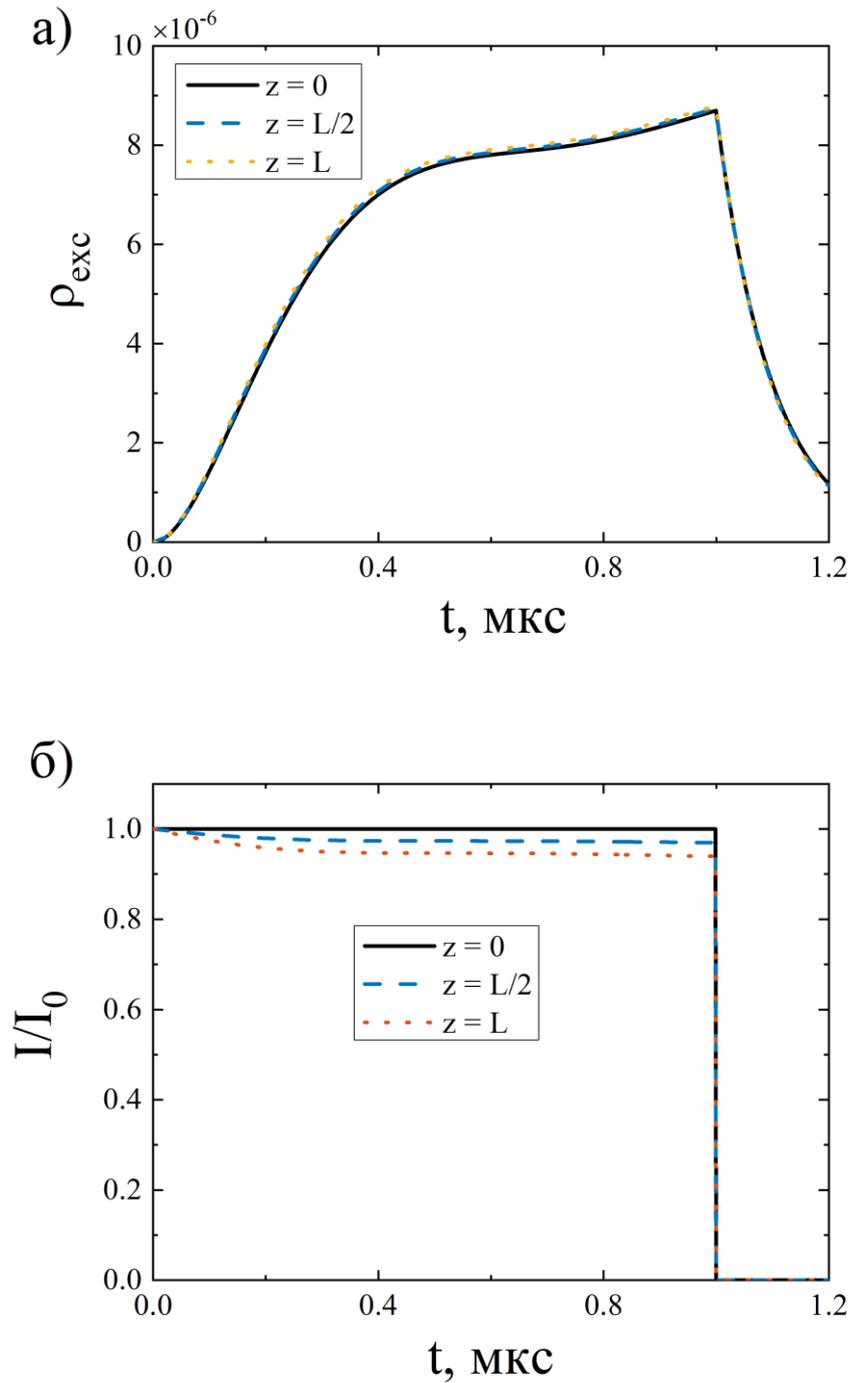


Рис. 2.2.6. Зависимости населенности верхних уровней (а) и интенсивности лазерного излучения (б) от времени при различной глубине проникновения для нулевой двухфотонной отстройки  $\delta=0$ . Длина среды  $L=0.02$  см, концентрация атомов  $n_a=0.5 \cdot 10^{11}$  см $^{-3}$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.1.

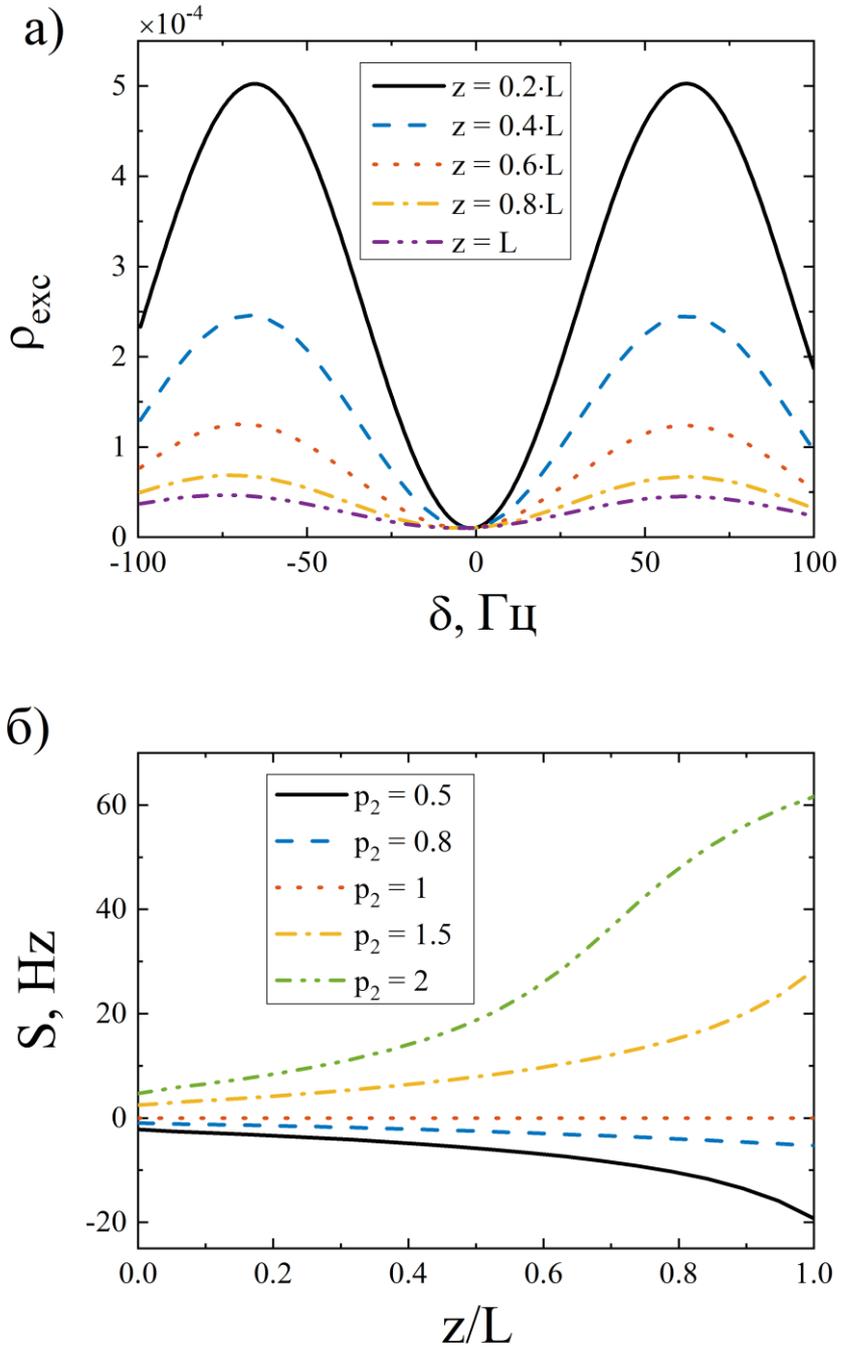


Рис.2.2.7 (а) — форма резонанса Рэмси по сигналу флуоресценции для различных координат при отношении  $\Omega_1/\Omega_2=1$ ,  $p_2=0.8$ ,  $p_1=1$ , (б) — зависимость величины светового сдвига  $S$  от координаты для различных  $p_2$ ,  $p_1=1$ ,  $\Omega_1/\Omega_2=1$ . Длина среды  $L=0.008$  см, концентрация атомов  $n_a=0.5 \cdot 10^{11}$  см $^{-3}$ . Длительность считывающего импульса  $\tau=10\gamma^{-1}$ , темновой паузы  $T_d=8$  мс, частоты Раби на входе в среду (в пике импульса)  $\Omega_1=\Omega_2=0.01\gamma$ , расщепление уровней возбужденного состояния  $\omega_{34}=0.6\gamma$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.1.

В оптически плотной среде помимо эффектов, рассмотренных в пункте 2.2.1, происходит поглощение и когерентное рамановское рассеяние накачивающих и считывающих лазерных импульсов, что учитывается уравнениями переноса (1.3.8) и непосредственно влияет на выходной сигнал (как флуоресценции, так и прошедшего вперед считывающего импульса). На рисунке 2.2.6 показан всплеск населенности возбужденных уровней (а) и амплитуда считывающего импульса (б) в зависимости от времени для разных координат  $z$  вдоль распространения импульса. Видно, что возбуждение атомов приводит к поглощению лазерного излучения при распространении сквозь среду. Степень данного поглощения к концу среды будет зависеть от двухфотонной отстройки  $\delta$ , что позволяет детектировать темный резонанс по прошедшему сквозь ячейку излучению.

На рисунке 2.2.7(а) показано изменение формы резонанса Рэмси в зависимости от координаты  $z$ . В силу того, что матричные элементы на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  различны ( $p_1 = 1, p_2 = 0.8$ ), имеется световой сдвиг резонанса на входе в среду (сплошная кривая). Далее, с увеличением  $z$  поле  $E_1$  поглощается сильнее, чем поле  $E_2$ , поскольку отношения  $p_1$  и  $p_2$  присутствуют в правых частях уравнений переноса (1.3.8). Это создает дополнительную асимметрию в возбуждаемой системе, и световой сдвиг увеличивается по абсолютной величине (рисунок 2.2.7(б)).

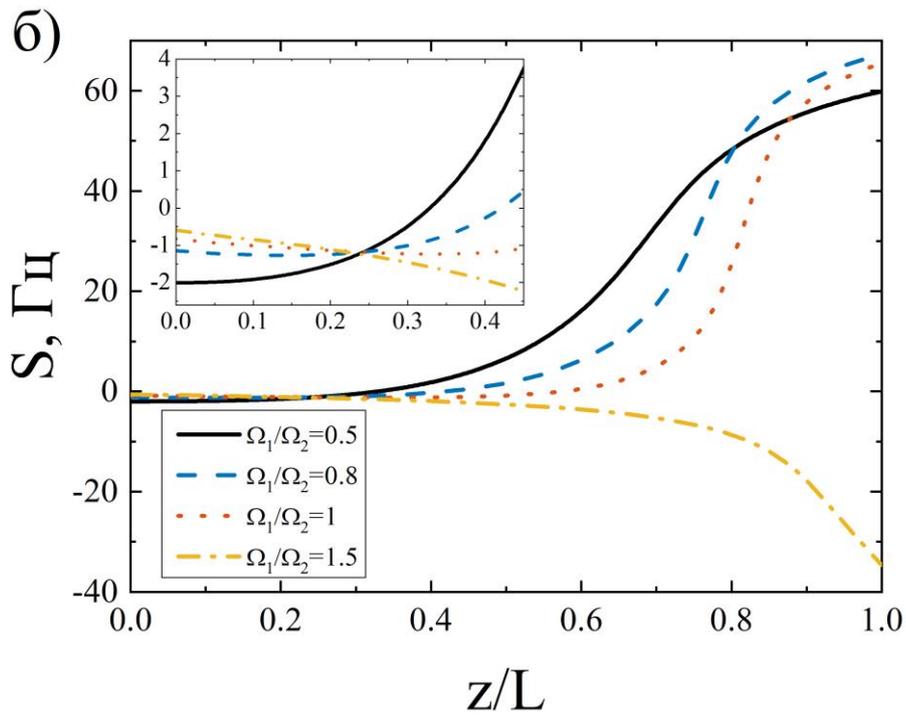
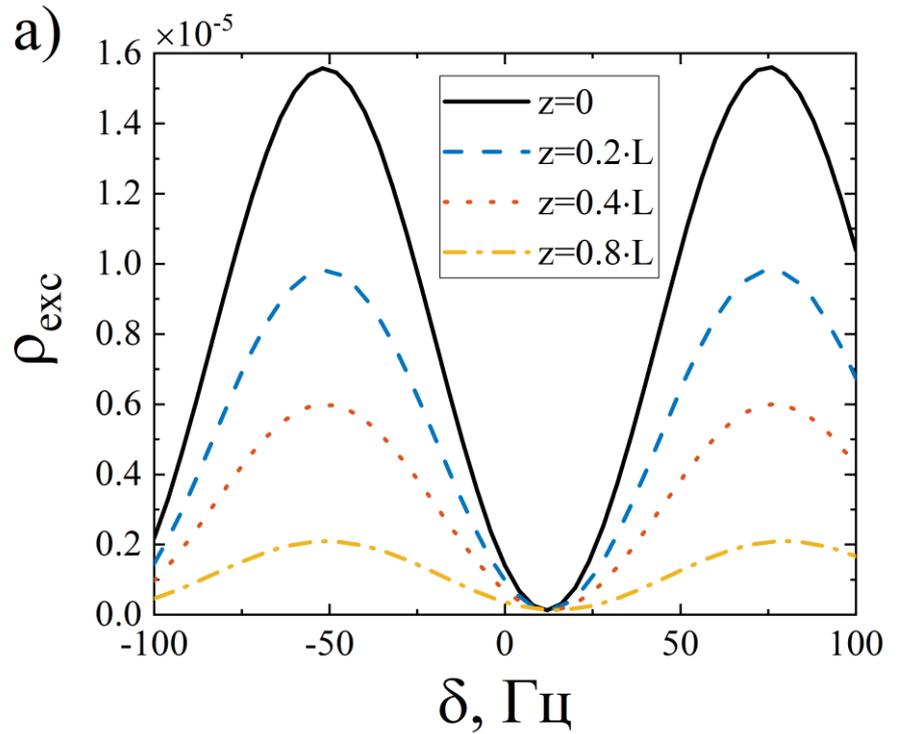


Рис. 2.2.8 (а) — зависимость величины светового сдвига  $S$  от координаты для различных  $\Omega_1/\Omega_2$ . (б) — форма резонанса Рэмси по сигналу флуоресценции для различных координат при отношении  $\Omega_1/\Omega_2=0.8$ ,  $\Omega_2=0.003\gamma$ ,  $p_2=0.8$ ,  $p_1=1$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.7.

Однако возможно подобрать отношение частот Раби  $\Omega_1/\Omega_2$  на входе в среду таким, чтобы в толще среды происходило выравнивание интенсивностей и световой сдвиг уменьшался. На рисунке 2.2.8 приведена зависимость светового сдвига от координаты  $z$  для различных отношений  $\Omega_1/\Omega_2$  на входе. Для значений  $\Omega_1/\Omega_2 < 1$  (сплошная и пунктирная кривые) световой сдвиг сначала уменьшается по абсолютной величине, а затем меняет знак и начинает увеличиваться. Найдя такое отношение  $\Omega_1/\Omega_2$ , при котором световой сдвиг становится равным нулю в конце среды, можно добиться компенсации сдвига для сигнала флуоресценции.

На рисунке 2.2.9 приведена зависимость светового сдвига от координаты  $z$  для различных отношений  $\Omega_1/\Omega_2$  на входе. Разные отношения  $\Omega_1/\Omega_2$  на входе незначительно меняют наклон зависимостей светового сдвига от координаты (рисунок 2.2.9(б)), однако, для всех кривых имеет место возрастание модуля светового сдвига, и полного его подавления достигнуть подбором  $\Omega_1/\Omega_2$  на входе не удастся.

В связи с этим возникает идея подавления светового сдвига путем изменения на входе в среду разности фаз полей. Далее анализируется поведение светового сдвига в зависимости от разности фаз  $\Phi$  на входе в среду между амплитудами считывающего импульса (рисунок 2.2.10). В математической модели эта разность фаз вводится заменой одной из комплексных частот Раби  $\Omega_2|_{z=0} \rightarrow \Omega_2 e^{i\Phi}$  для считывающего импульса. Такая замена приводит фактически к линейному сдвигу рабочей точки  $\delta$  по шкале двухфотонных отстроек. Действительно, по истечении темновой паузы низкочастотная когерентность приобретает фазовый множитель  $e^{i\delta T}$ . При добавке разности фаз  $\Phi$  этот фазовый множитель приобретает вид  $e^{i(\delta T_d + \Phi)} = e^{iT_d(\delta + \Phi/T)}$ , откуда видно, что рабочая точка смещается на величину  $\Phi/T_d$ .

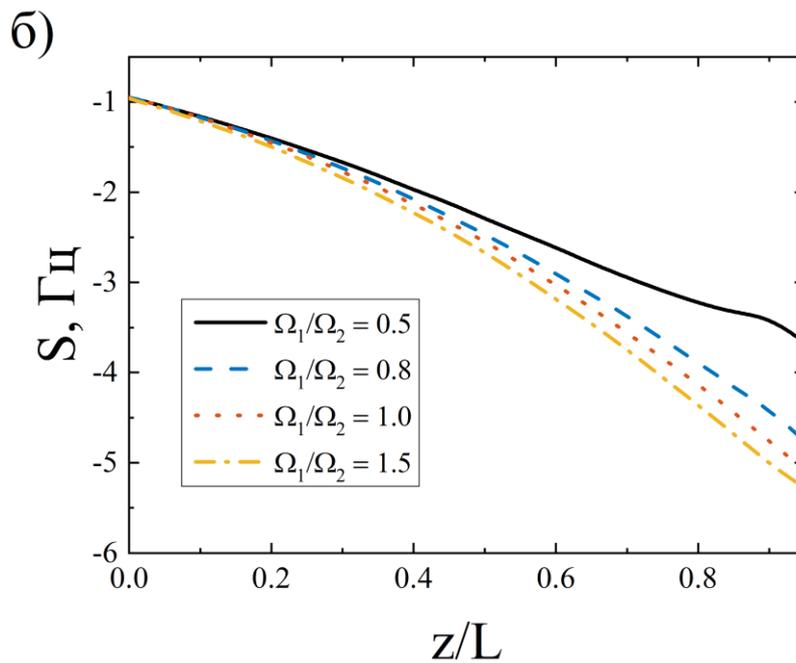
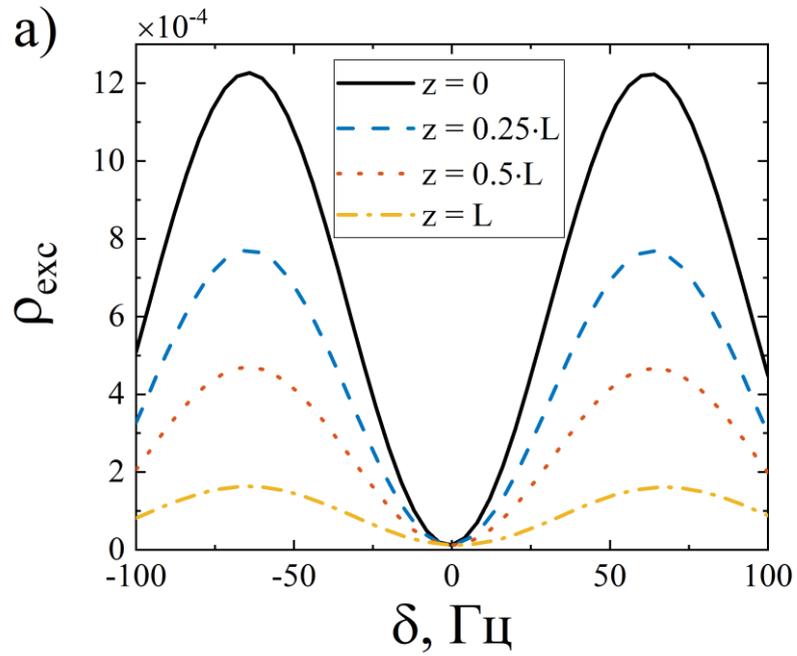


Рис. 2.2.9 (а) — Форма резонанса Рэмси для различных координат при отношении  $\Omega_1/\Omega_2 = 0.8$ ,  $\Omega_2 = 0.01\gamma$ ,  $p_2 = 0.8$ ,  $p_1 = 1$ , остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.7. (б) — Зависимость величины светового сдвига  $S$  от координаты для различных  $\Omega_1/\Omega_2$ .

Интерес представляет поведение светового сдвига от координаты  $z$  в этой новой рабочей точке, поэтому на рисунке 2.2.10(б) по оси ординат представлена разность  $S(z) - S(z=0)$ . Из рисунка видно, что с ростом оптической толщины растёт величина светового сдвига в зависимости от относительной фазы на входе между считывающими полями. Этот факт вполне объясним и связан с тем, что в оптически плотной среде каждая компонента излучения поглощается по-разному (т.к. показатель преломления зависит от длины волны) и, следовательно, каждая компонента лазерного излучения действует на атом с разной интенсивностью (частотой Раби). Поскольку световой сдвиг пропорционален  $S \sim \Omega_1^2 - \Omega_2^2$ , то он начинает увеличиваться. Интересным, однако, является наличие общей точки пересечения всего семейства зависимостей светового сдвига для разных оптических толщин от относительной фазы считывающих полей. Данное явление имеет следующее объяснение. По мере прохождения накачивающего двухчастотного импульса через ячейку между двумя частотными компонентами возникает разность фаз. Поскольку поглощение каждой частотной компоненты в условиях резонанса КПН имеет линейную зависимость, то для разных оптических толщин набег фазы имеет линейную зависимость. Подбрав разность фаз между считывающими полями, можно получить такое значение этой фазы, в которой для каждой точки пространства световой сдвиг имеет постоянное значение. Это и наблюдается на рисунке 2.2.10(б).

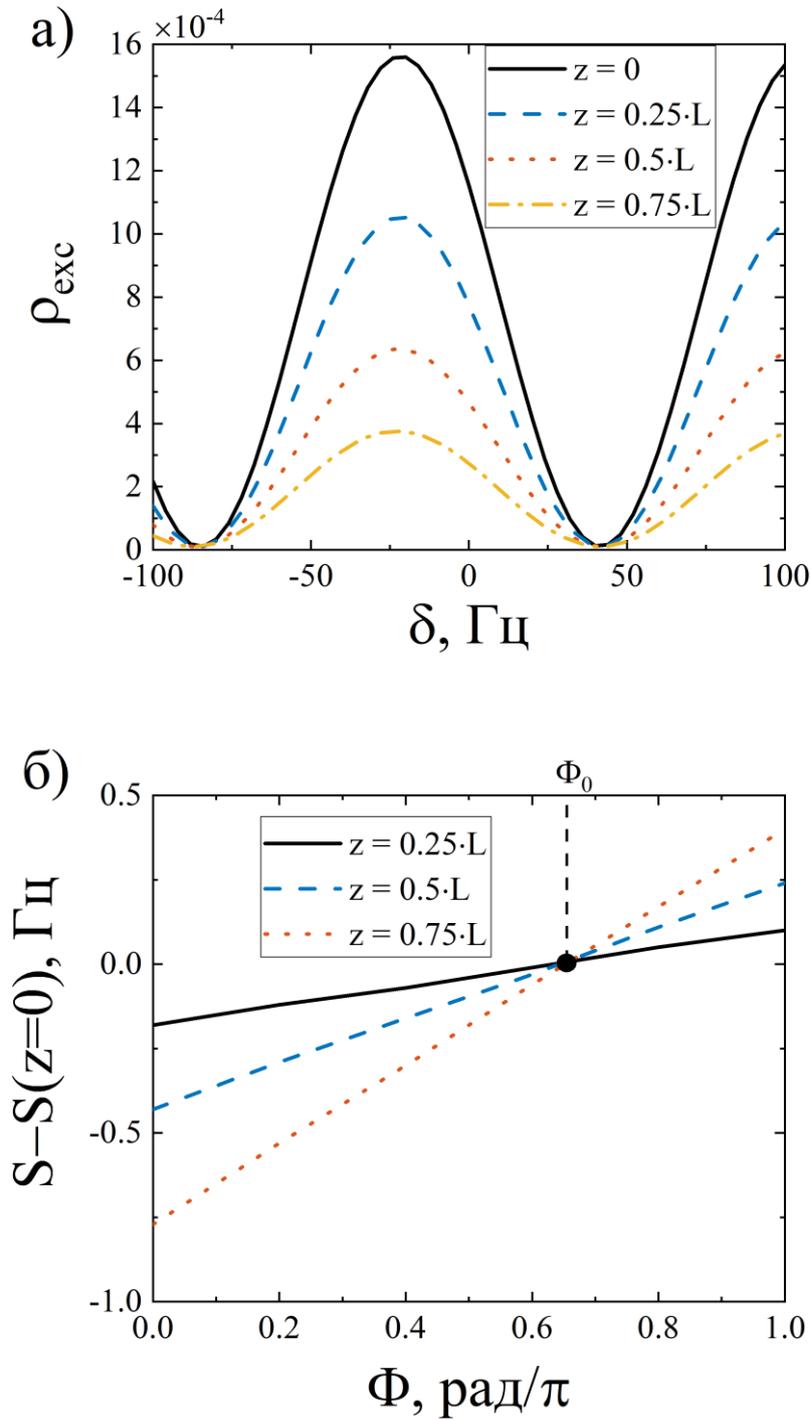


Рис. 2.2.10 (а) — Форма резонанса Рэмси для различных координат при отношении  $\Omega_1 / \Omega_2 = 1$ ,  $\Omega_2 = 0.01\gamma$ ,  $p_2 = 1$ ,  $p_1 = 0.9$ , остальные параметры те же, что на рисунке 2.2.7. (б) — зависимость величины светового сдвига  $S$  от разности фаз входных полей  $\Phi$  для различных значений оптической толщины.

Таким образом, в оптически плотной среде неподвижных атомов возникает возможность фазовой компенсации зависимости светового сдвига центрального резонанса КПН от оптической толщины [A1, A9–A11].

## **2.3. Ячейка движущихся атомов**

В данном разделе рассматриваются результаты, полученные на основе теории, построенной в разделах 1.1 и 1.3 и учитывающей движение активных атомов.

### **2.3.1. Оптически тонкий ансамбль**

В данном пункте рассматривается возбуждение КПН резонансов в атомных ансамблях для двух диапазонов температур. Сначала рассматриваются низкие температуры в диапазоне 1мК–1К, соответствующие случаю холодных атомных ансамблей, на ширину линии поглощения которых влияют главным образом естественное и доплеровское уширения, а столкновительное уширение влияет слабо. Далее рассматривается диапазон температур 30–60 °С, соответствующий температуре газовой ячейки, заполненной насыщенным паром щелочного металла. В таком газе доплеровское и столкновительное уширения сравнимы друг с другом и на два порядка превышают естественное.

На рисунке 2.3.1(а) изображено изменение КПН резонанса, детектируемого непрерывным излучением (пунктирные кривые) и методом Рэмси (сплошные кривые) в области низких температур для случая холодных атомов. При увеличении температуры растет доплеровское уширение и уменьшается количество атомов, находящихся в резонансе со светом. Поэтому скорость оптической накачки уменьшается, и населенность возбужденного уровня падает. Это ведет к значительному уменьшению амплитуды центрального резонанса Рэмси.

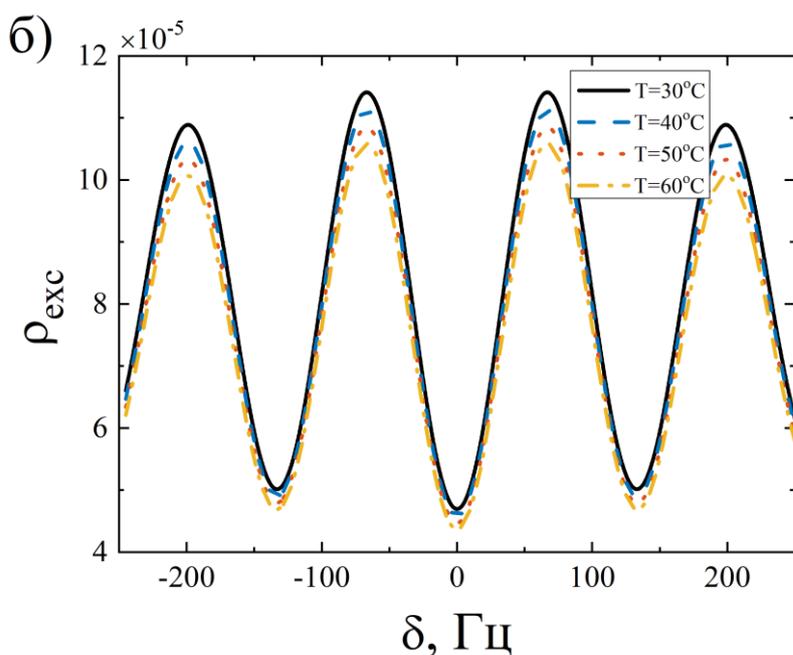
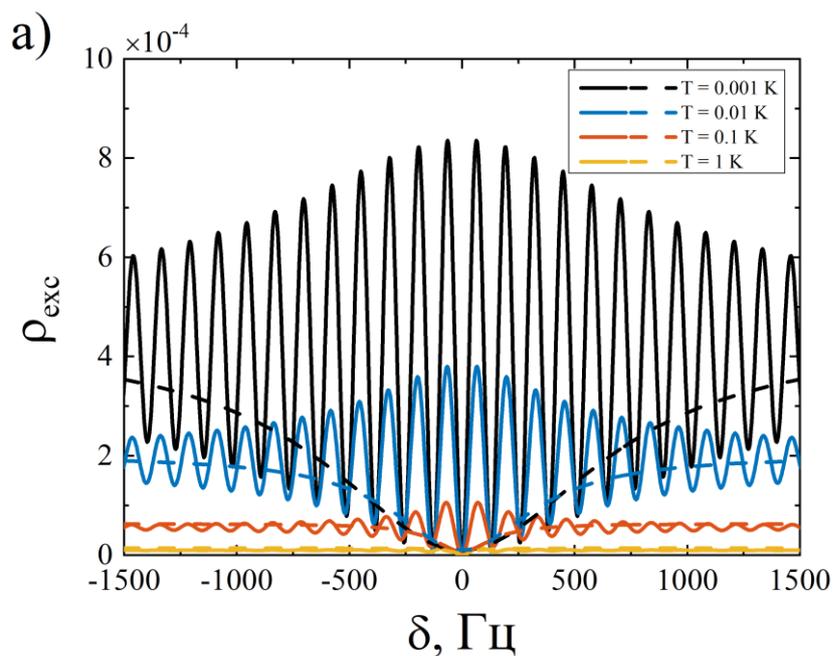


Рис. 2.3.1. Формы резонансов КПН в холодных атомах (а) и в горячей газовой ячейке (б). Сплошные и пунктирные кривые – резонансы, детектируемые методом Рэмси и непрерывным излучением соответственно. Амплитуда импульсов накачки и считывания  $\Omega_0=10^5 \text{ с}^{-1}$  в случае (а) и  $\Omega_0=10^6 \text{ с}^{-1}$  в случае (б), длительность считывающего импульса  $\tau=10\gamma^{-1}$ , длительность накачивающего импульса соответствует выходу на стационарное состояние, длительность темновой паузы  $T_d = 0.8 \text{ мс}$ , масса атомов активного вещества и буферного газа соответственно  $m=87 \text{ а.е.м.}$ ,  $m_{buf} = 40 \text{ а.е.м.}$ ,  $n_a=0.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $\eta=0.01$ .

Помимо уменьшения населенности имеет место сужение резонанса для огибающих. Это объясняется тем, что ширину КПН резонанса составляют два вклада:  $\Gamma'_{12} + \Omega^2 / \gamma'$ . Первое слагаемое связано с распадом низкочастотной когерентности за счет столкновений атомов между собой, с буферным газом и со стенками ячейки, а второе слагаемое обусловлено световым уширением при действии лазерного излучения. При увеличении температуры скорости распада низкочастотной когерентности  $\Gamma'_{12}$  и возбужденного уровня  $\gamma'$  начинают возрастать ввиду наличия неупругих столкновений, что приводит к уменьшению ширины резонанса.

В случае движущихся атомов (рисунок 2.3.1(б)) в диапазоне температур от 30 до 60 °С, при котором используются газовые ячейки, с ростом температуры уменьшается амплитуда резонанса Рэмси, причём её изменение происходит в значительно меньшей степени по сравнению со случаем холодных атомов.

Далее анализируется влияние сверхтонкой структуры возбужденного состояния. Рассматривается область значений сверхтонкого расщепления в диапазоне  $60\gamma \leq \omega_{34} \leq 160\gamma$ . При настройке полей на переход  $|3\rangle$ , в силу доплеровского уширения быстрые атомы взаимодействуют с уровнем  $|4\rangle$ , что приводит к световым сдвигам оптических переходов и, как следствие, сдвигу низкочастотного перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  и резонанса КПН. На рисунке 2.3.2(а) представлены зависимости светового сдвига центрального резонанса Рэмси  $S$  от температуры  $T$ . Из рисунка видно, что положение центрального резонанса Рэмси изменяется. Это изменение зависит от частоты расщепления возбужденного состояния и имеет немонотонный характер. Немонотонность связана с тем, что зависимость светового сдвига от отстройки совпадает с формой дисперсионного контура [123]. При изменении температуры происходит изменение ширины дисперсионного контура, что эквивалентно сканированию расщепления  $\omega_{34}$ .

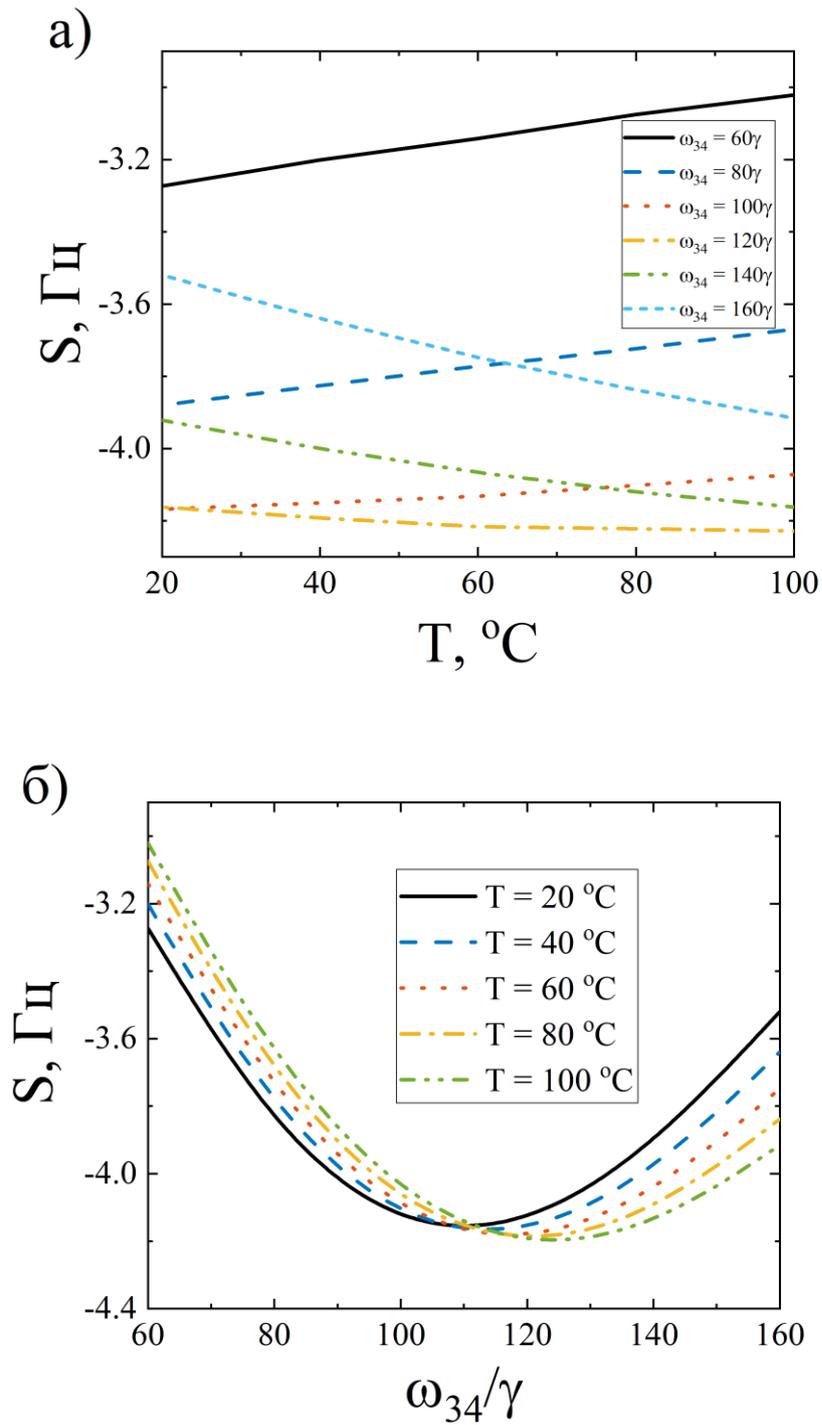


Рис. 2.3.2. Зависимость светового сдвига центрального резонанса Рэмси от температуры для различных значений величины сверхтонового расщепления  $\omega_{34}$  (а) и от величины сверхтонового расщепления  $\omega_{34}$  для различных температур (б). Амплитуды полей  $\Omega_0 = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ . Все остальные параметры те же, что для рисунка 2.3.1.

Таким образом, если дисперсионный контур атомов имеет уширение сопоставимое с расщеплением возбужденного состояния, зависимость светового сдвига от температуры может быть как возрастающей, так и убывающей [A2, A12]. Перекрытие же контуров возбужденных уровней осуществляется только за счёт малой группы атомов, поэтому величина такого сдвига составляет единицы герц. Это вполне согласуется с экспериментальными результатами [87]. Стоит отметить, что в работе [124] величина этого сдвига растёт с увеличением температуры, что предположительно связано с тем, что в данный сдвиг также вносит вклад эффект различного поглощения импульсов в оптически плотной среде [125, 90].

### 2.3.2. Оптически плотный ансамбль

В начале данного пункта анализируется процесс поглощения поля средой к концу считывающего импульса.

Как видно из рисунка 2.3.3, интенсивность полей уменьшается при углублении в среду тем быстрее, чем выше температура поглощающей среды. Это связано с тем, что при росте температуры увеличивается концентрация насыщенного пара активного вещества в газовой ячейке. В рассматриваемой модели это учтено путем введения следующей эмпирической зависимости концентрации активных атомов от температуры [120]:

$$n_a(T) = \begin{cases} 1.333 \cdot 10^3 (k_B T)^{-1} 10^{7.738 - 4215/T}, & T < 321.1 \text{ К} \\ 1.333 \cdot 10^3 (k_B T)^{-1} 10^{7.193 - 4040/T}, & T > 321.1 \text{ К} \end{cases} \quad (2.3.1)$$

Стоит отметить, что данная зависимость остается верной только в диапазоне температур 298–550 К.

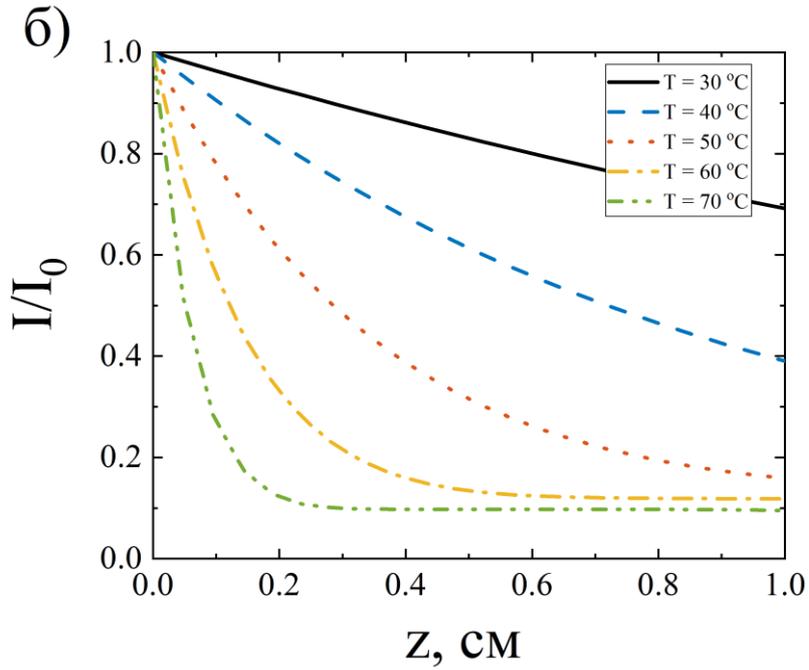
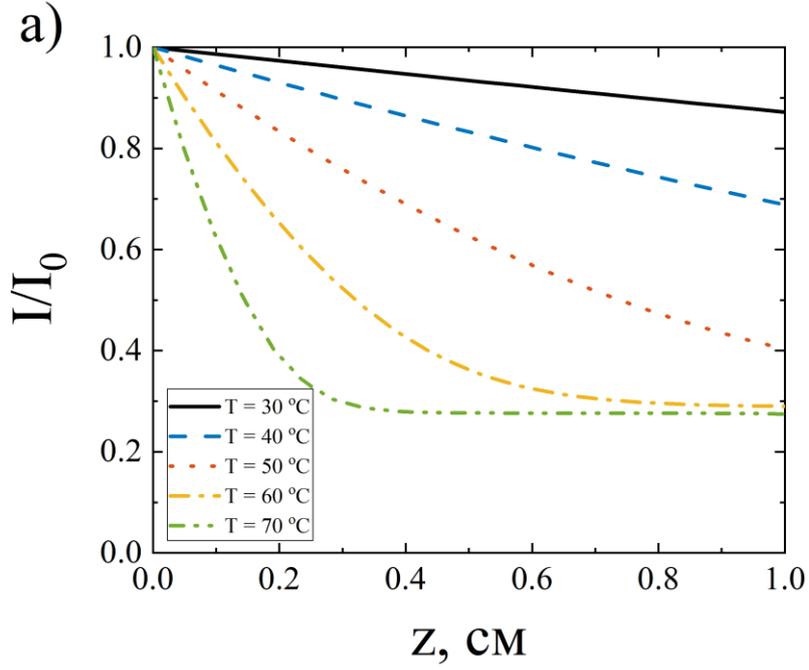


Рис. 2.3.3. Зависимость интенсивности излучения в конце считывающего импульса, отнесенной к интенсивности поля на входе в среду, от относительной глубины проникновения при различных температурах для  $\delta=0$  (а) и  $\delta=\pi/T_d$  (б). Прочие параметры:  $m_a=87$  а.е.м,  $m_{\text{buf}}=28$  а.е.м,  $n_{\text{buf}}=10^{19}$  см $^{-3}$ ,  $\gamma=10^{-7}$  с $^{-1}$ ,  $\Gamma=\gamma/4$ ,  $\Gamma_{12}=100$  с $^{-1}$ ,  $\Delta_1=\delta/2$ ,  $\Delta_2=-\delta/2$ ,  $\eta=0.01$ ,  $T_d=5$  мс,  $\omega_{34}=10\gamma$ ,  $\tau=10\gamma^{-1}$ ,  $p_2=0.5$ ,  $p_1=1$ .

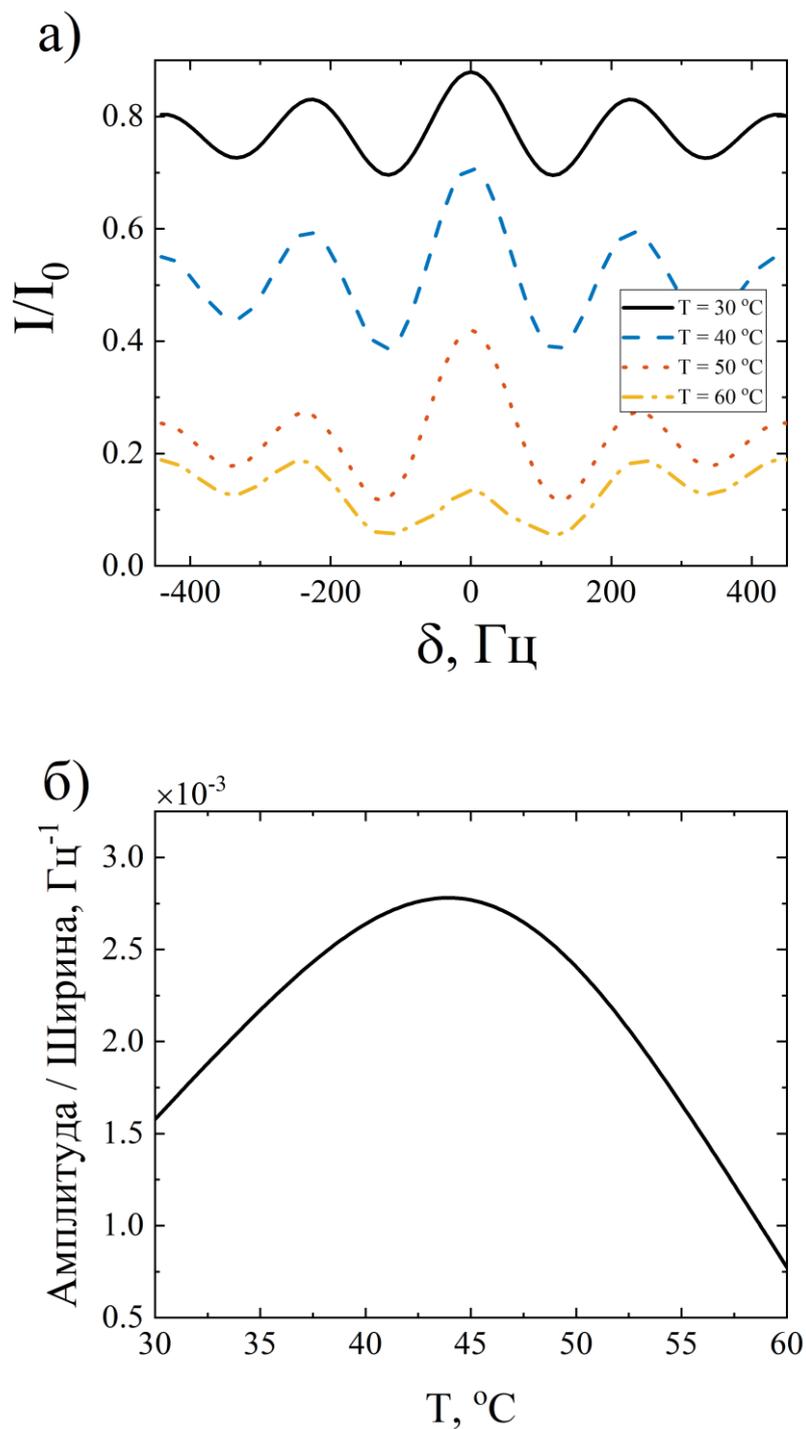


Рис. 2.3.4. (а) — контуры резонансов КПН, детектируемых методом Рэмси по интенсивности выходного излучения, для различных температур. (б) — зависимость параметра качества опорного резонанса от температуры. Остальные параметры те же, что на рисунке 2.3.3.

Далее исследуется изменение интенсивности излучения при увеличении температуры после прохождения среды при различных отстройках (рисунок 2.3.4).

При увеличении температуры резонансы переходят в область меньших интенсивностей. Из-за эффектов поглощения для высоких температур при значениях отстройки вне центрального резонанса интенсивность падает сильнее. Центральный же резонанс благодаря поглощению увеличивает свою амплитуду вплоть до температуры  $T \approx 45 \text{ }^\circ\text{C}$ , после которой поглощение начинает приводить к её уменьшению (рисунок 2.3.4(б)).

На рисунке 2.3.5(а) представлена зависимость сдвига максимума центрального резонанса  $\delta$  относительно нуля двухфотонной отстройки от температуры. С ростом температуры сдвиг увеличивается немонотонным образом. Наиболее медленное изменение приходится на начальный интервал  $30 - 45 \text{ }^\circ\text{C}$ , где сдвиг уменьшается. При этом график зависимости данного сдвига от частоты сверхтонкого расщепления возбужденного состояния  $\omega_{34}$ , как и в случае тонкой среды, имеет вид дисперсионного контура (рисунок 2.3.5(б)). Интересно то, что при температуре в окрестности  $T \approx 55 \text{ }^\circ\text{C}$  сдвиг меняет знак независимо от величины  $\omega_{34}$ . Ясным становится и тот факт, что при  $\omega_{34} \rightarrow 0$  или  $\omega_{34} \rightarrow \infty$  мы имеем ситуацию, подобную  $\Lambda$ -системе, и в этом случае сдвиг КПН резонанса будет равен нулю. Наоборот, в случае, когда имеет место невырожденность возбуждённого состояния (особенно в области  $200\gamma < \omega_{34} < 800\gamma$ ), мы имеем дело с более сложной ситуацией. В этом случае форма КПН резонанса может становиться несимметричной и возникает световой сдвиг, который зависит от температуры нетривиальным образом.

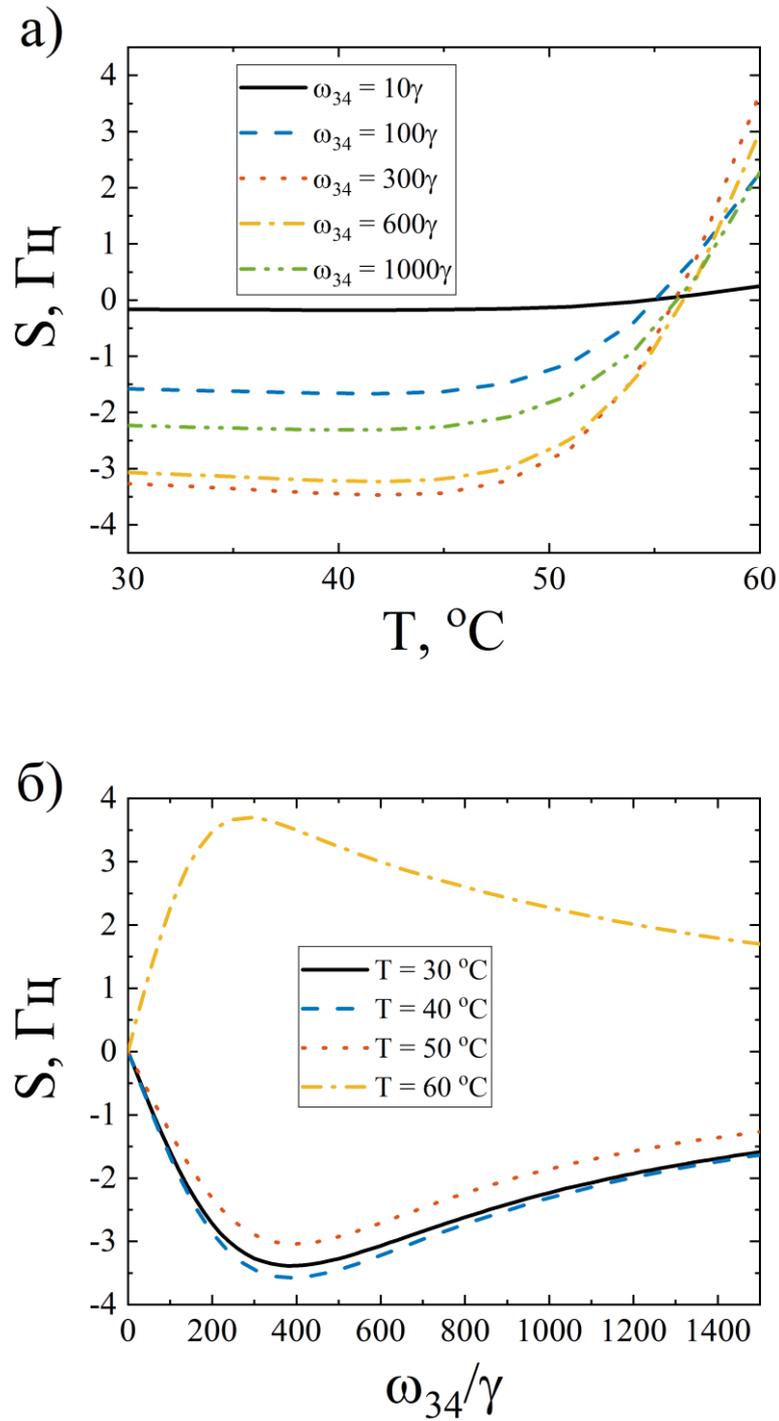


Рис. 2.3.5. (а) — контуры резонансов КПН, детектируемых методом Рэмси по интенсивности выходного излучения при различных  $\omega_{34}$ ; (б) — зависимость сдвига опорного резонанса от  $\omega_{34}$  при различных температурах. Остальные параметры те же, что на рисунке 2.3.3.

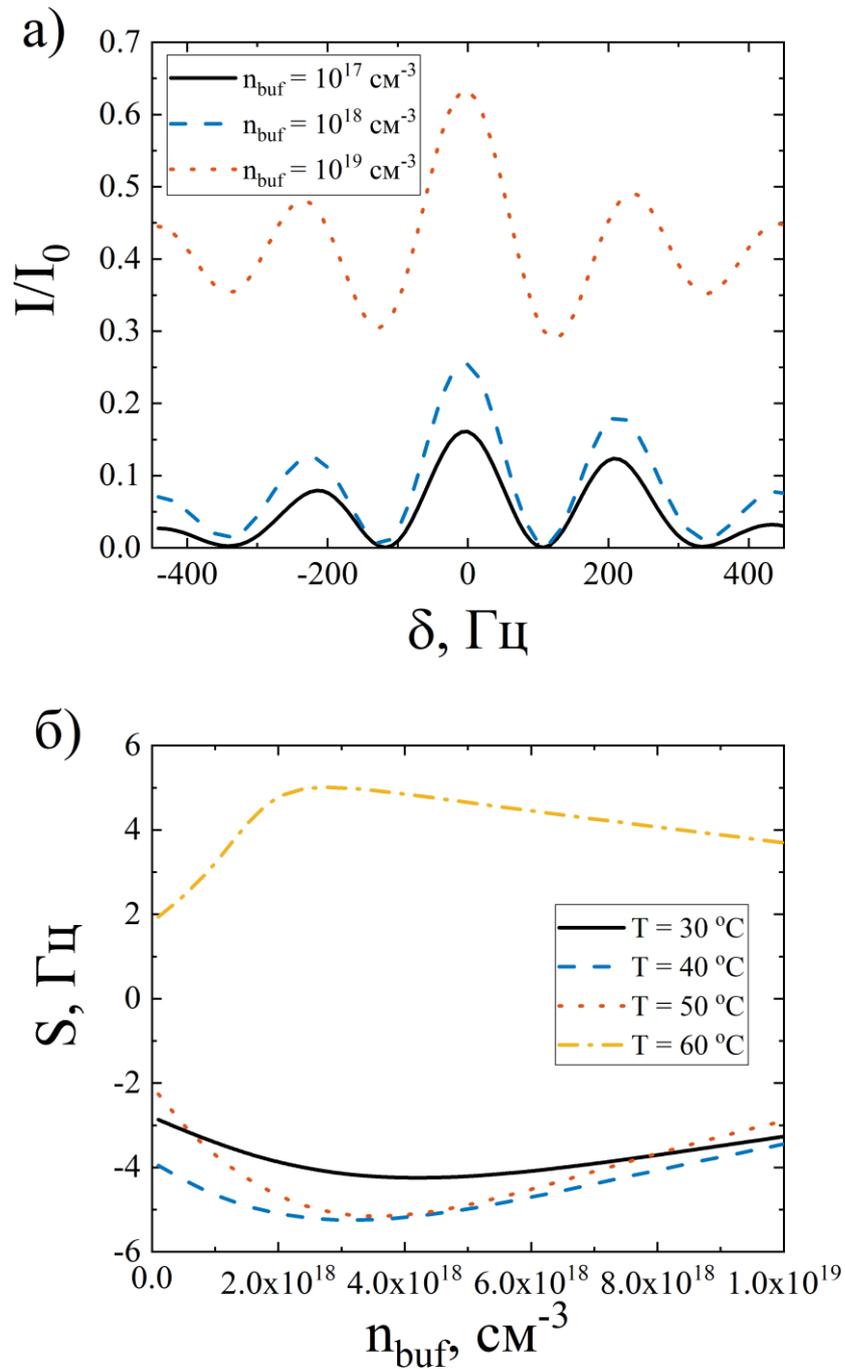


Рис. 2.3.6. (а) — контуры резонансов КПН, детектируемых методом Рэмси по интенсивности выходного излучения, для различных концентраций буферного газа  $n_{\text{buf}}$  при температуре  $T = 45 \text{ }^\circ\text{C}$ ; (б) — зависимость сдвига опорного резонанса от  $n_{\text{buf}}$  при различных температурах. Здесь  $\omega_{34} = 300\gamma$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.3.3.

Из рисунка 2.3.6(а) видно, что с ростом концентрации буферного газа резонансы увеличивают амплитуду, переходя в область бóльших интенсивностей. Сдвиг при этом меняется немонотонным образом, достигая максимального значения при  $n_{\text{buf}} < 4 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  (рисунок 2.3.6(б)). Также при низких  $n_{\text{buf}}$  резонансный контур становится более асимметричным. Стоит отметить, что асимметрия контура возможна исключительно для систем с отличными от единицы  $p_2$  и  $p_1$ .

Далее анализируется влияние параметров внешнего лазерного излучения на форму резонансов. При увеличении частот Раби внешних полей резонансы увеличивают свою амплитуду и несколько уменьшают ширину, находясь при этом на одном уровне интенсивности (рисунок 2.3.7(а)). Таким образом, увеличивая частоту Раби внешних полей, можно эффективно увеличивать параметр качества резонансов, детектируемых по интенсивности. Однако решение рассматриваемой задачи не позволяет анализировать поведение системы в диапазоне частот Раби, выходящем за условие применимости адиабатического приближения:  $\Omega \ll \gamma' \sim 10^9 \text{ рад/с}$ . Сдвиг же центрального резонанса при изменении  $\Omega$  меняется немонотонным образом, имея максимальное значение при тем больших частотах Раби, чем выше температура активной среды (рисунок 2.3.7(б)). При некоторой температуре и достаточно низких  $\Omega$  в центральном резонансе появляется дополнительный провал, связанный со сравнительно сильным поглощением полей более малых амплитуд, что затрудняет определение величины сдвига  $S$ . В связи с этим на рисунке 2.3.7(а) кривые для температур  $60^\circ\text{C}$  и  $55^\circ\text{C}$  прерываются при тех значениях  $\Omega$ , при которых начинает возникать побочный минимум.

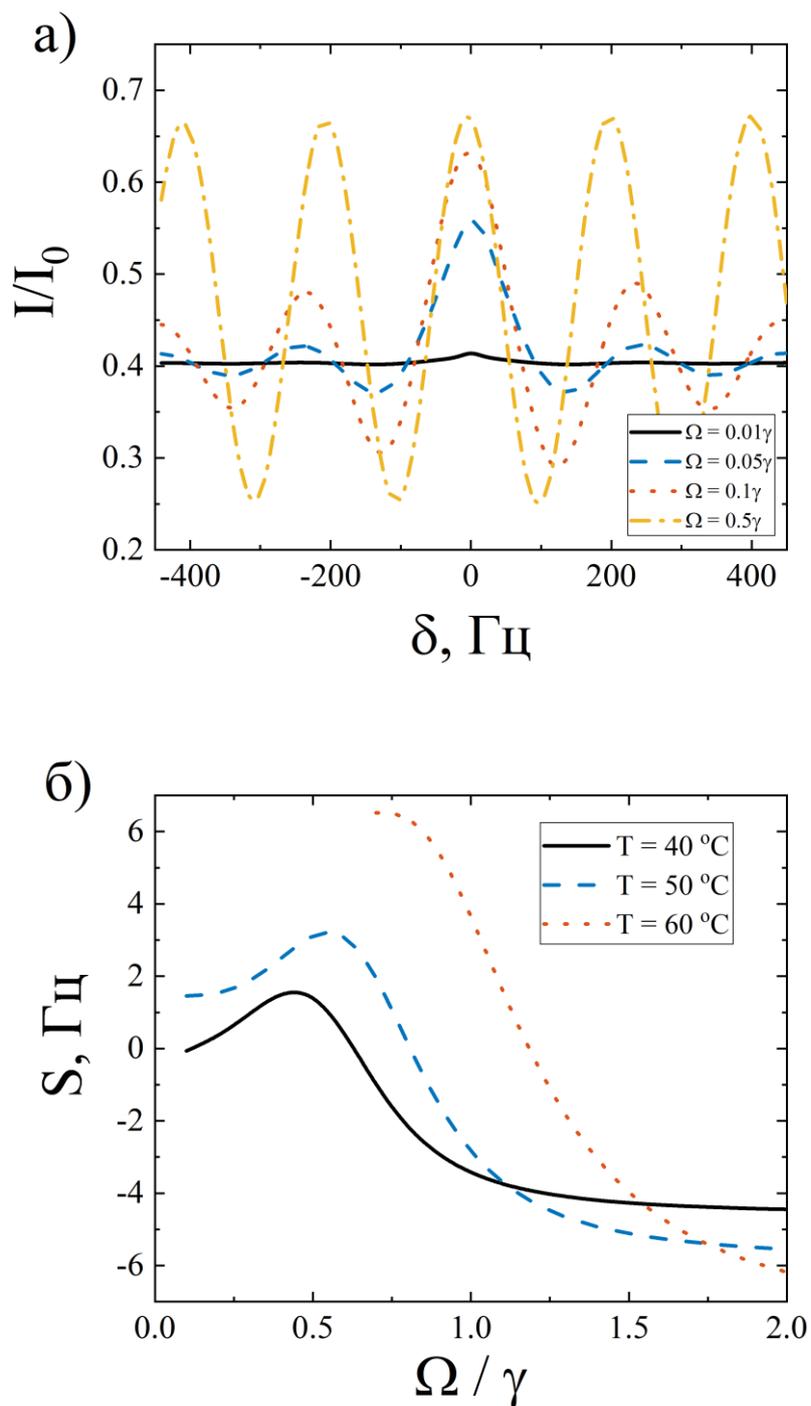


Рис. 2.3.7. (а) — контуры резонансов КПН, детектируемых методом Рэмси по интенсивности выходного излучения, для различных обших для обоих полей частот Раби  $\Omega = \Omega_1 = \Omega_2$  при температуре  $T = 45^\circ\text{C}$ . (б) — зависимость сдвига опорного резонанса от  $\Omega$  при различных температурах. Здесь  $\omega_{34} = 300\gamma$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.3.3.

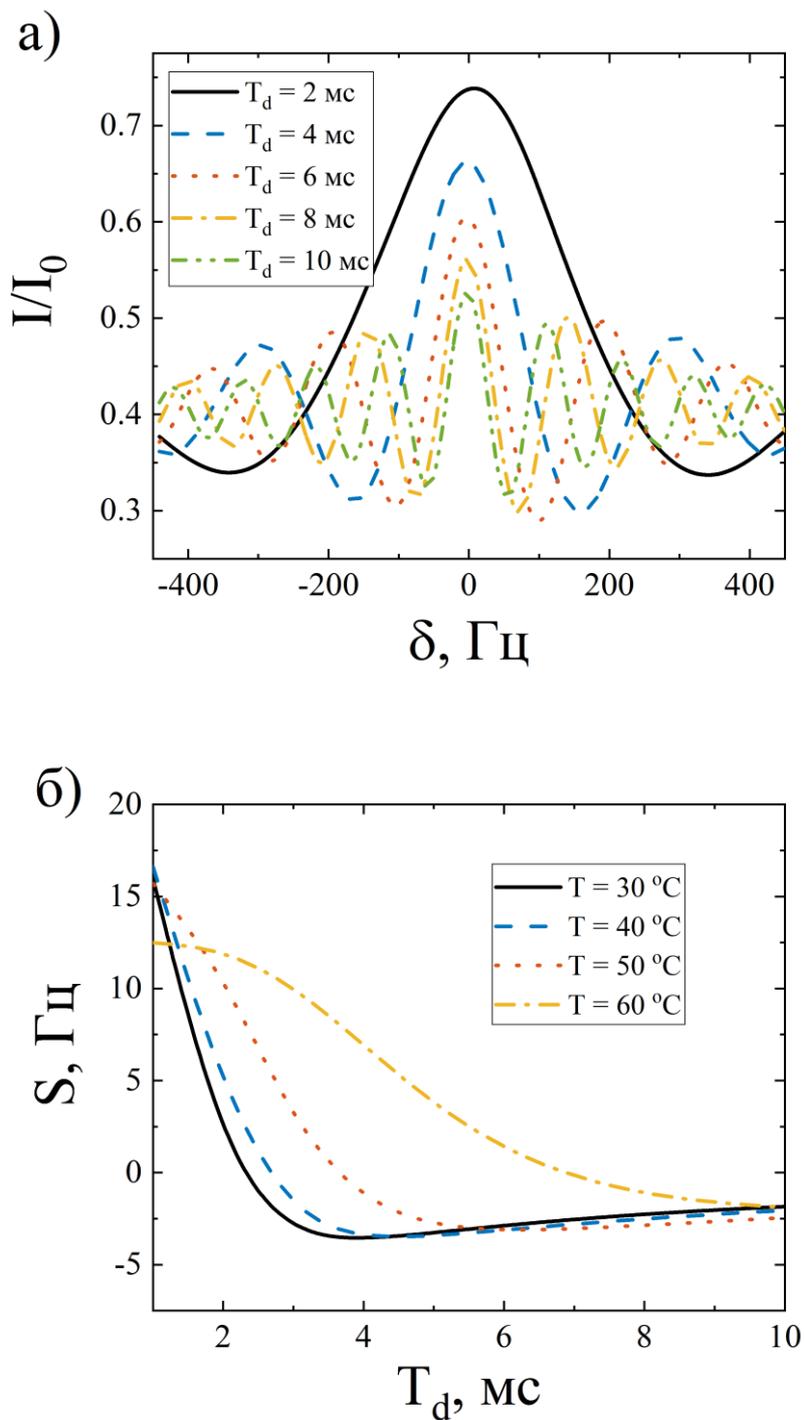


Рис. 2.3.8. (а) — контуры резонансов КПН, детектируемых методом Рэмси по интенсивности выходного излучения, для различных времен темновой паузы  $T_d$  при температуре  $T = 45^\circ\text{C}$ . (б) — зависимость сдвига опорного резонанса от  $T_d$  при различных температурах. Здесь  $\omega_{34} = 300\gamma$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.3.3.

На рисунке 2.3.8(а) показано, как изменяется резонансный контур с увеличением длительности темновой паузы  $T_d$ . Как и следовало ожидать, ширина и амплитуда резонансов уменьшается с увеличением  $T_d$ . Уменьшение амплитуды обусловлено распадом низкочастотной когерентности, обуславливающей существование резонансов, во время темновой паузы. Уменьшение ширины происходит вследствие набега фазы низкочастотной когерентности во время темновой паузы аналогично случаю оптически тонкой среды «холодных» атомов (см. раздел 2.1). На рисунке 2.3.8(б) изображена зависимость сдвига опорного резонанса от  $T_d$  при различных температурах. Видно, что начиная с некоторых значений  $T_d$  направление сдвига изменяется и далее зависимость от  $T_d$  становится более пологой. Таким образом, начиная с некоторого значения  $T_d$ , зависящего от температуры, сдвиг становится менее чувствительным к изменениям самого  $T_d$ . Кроме того, из рисунка 2.3.8(б) можно заметить, что при значениях  $T_d \approx 1.2$  мс и  $T_d \approx 10$  мс достигается наименьшая чувствительность сдвига к температуре [A3, A13, A14].

На рисунке 2.3.9(а) изображена зависимость формы опорного резонанса от разности фаз  $\Phi$  между двумя частотными компонентами поля в считывающем импульсе при температуре  $T = 45$  °С. Влияние разности фаз  $\Phi$  здесь сводится к сдвигу гребенки резонансов. При увеличении температуры определить величину сдвига по положению максимума опорного резонанса становится невозможно, вследствие появления дополнительного провала поглощения, упомянутого ранее. По этой причине на рисунке 2.3.9(б) диапазон температур ограничен сверху значением 45 °С.

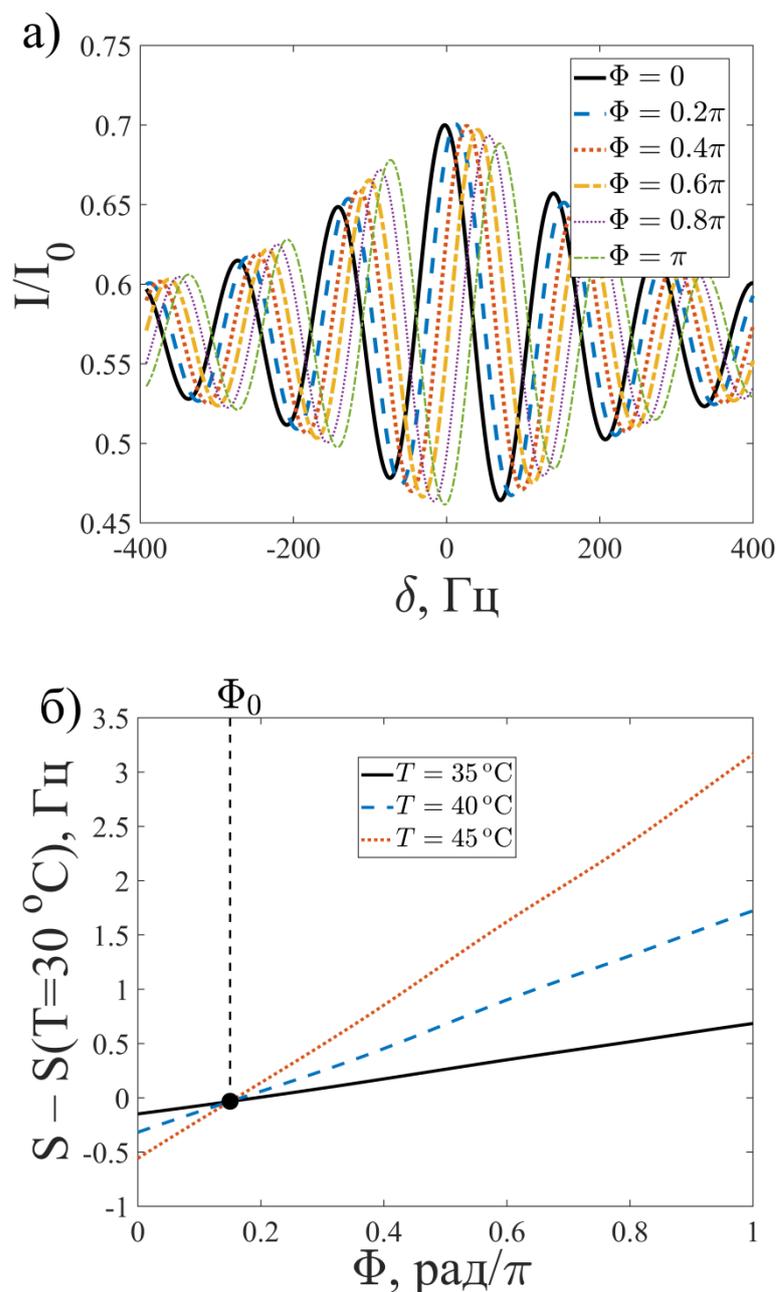


Рис. 2.3.9. (а) — контуры резонансов КПН, детектируемых методом Рэмси по интенсивности выходного излучения, для набора определенных разностей фаз  $\Phi$  между двумя частотными компонентами считывающего импульса при температуре  $T = 45^\circ\text{C}$ . (б) — зависимость сдвига центрального резонанса от  $\Phi$  при различных температурах. Здесь  $\omega_{34} = 300\gamma$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 2.3.3.

Видно, что аналогично рисунку 2.2.10(б) зависимость сдвига от разности фаз  $\Phi$  имеет линейный характер. Изменение температуры здесь вследствие эмпирической зависимости (2.3.1) приводит к увеличению оптической плотности среды аналогично рисунку 2.2.10(б). Как и в случае среды холодных атомов, существует общая точка пересечения семейства прямых, соответствующая такой разности фаз между частотными компонентами считывающего импульса, при которой сдвиг оказывается нечувствителен к изменениям оптической плотности среды, а значит и температуры. Таким образом, эффект фазовой компенсации зависимости сдвига резонансов от оптической плотности среды имеет место как в случае неподвижных атомов, так и в газовых ячейках движущихся атомов.

## 2.4. Сравнение с экспериментом

В данном разделе приводится сравнение результатов, полученных на основе теории из разделов 1.1 и 1.3, с экспериментальными данными из работы [91]. В ней авторы исследуют резонансы КПН, возбуждаемые методом Рэмси в ячейке с атомами  $^{133}\text{Cs}$  и буферным газом. Схема возбуждения данных резонансов аналогична той, что изложена в разделе 2.1.

На рисунке 2.4.1 представлено сравнение форм резонансов КПН-Рэмси, полученных экспериментально (а), с результатом аналогичного численного расчета (б). Видно качественное согласие результатов. Наблюдаемые отличия предположительно связаны с тем, что в математической модели пренебрегается наличием магнитной структуры уровней, а также влиянием стенок газовой ячейки.

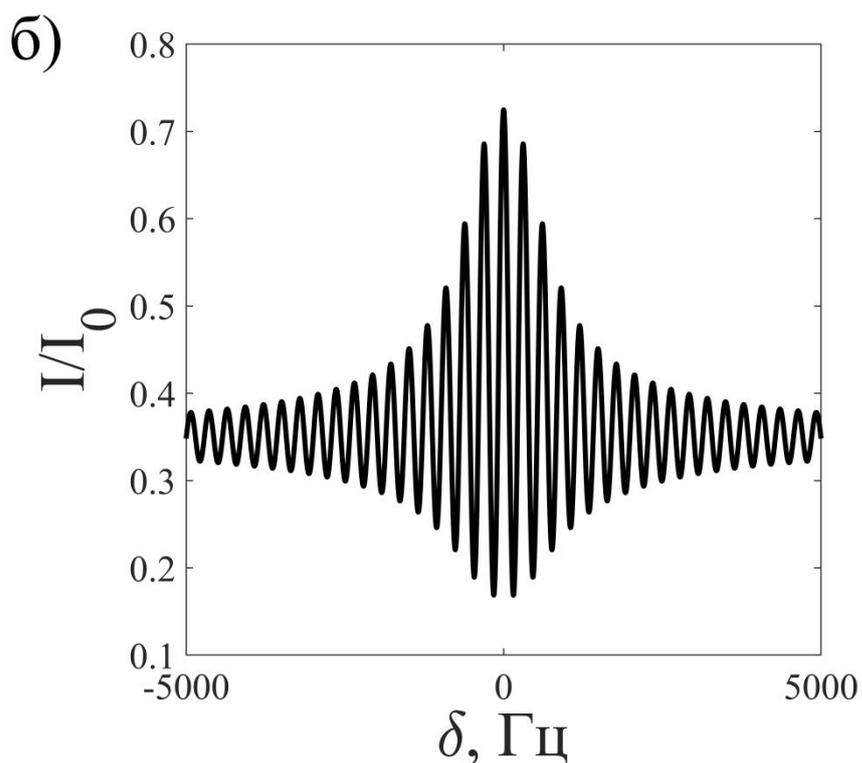
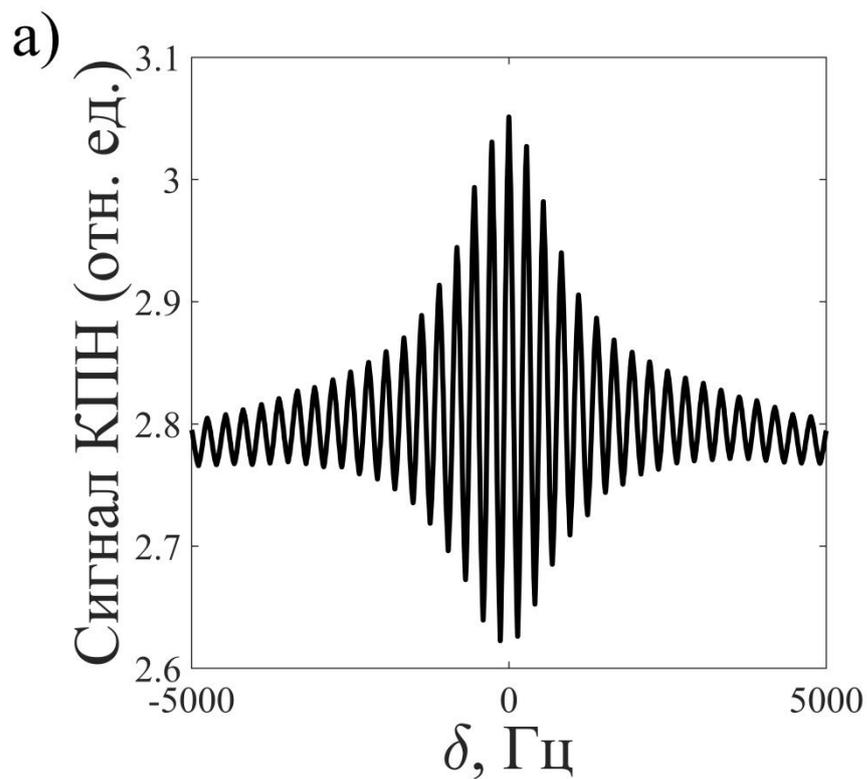


Рис. 2.4.1. Сравнение форм резонансов, полученных экспериментально (а) в работе [91], с аналогичными зависимостями, рассчитанными на основе численного моделирования (б), для среды атомов  $^{133}\text{Cs}$ . Параметры расчета:  $T = 35^\circ\text{C}$ ,  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.06\gamma$ ,  $\omega_{34} = 223\gamma$ ,  $T_d = 3.5$  мс,  $L = 0.25$  см,  $\gamma = 28.743$  рад/с. Данные для атома  $^{133}\text{Cs}$  заимствованы из работы [126].

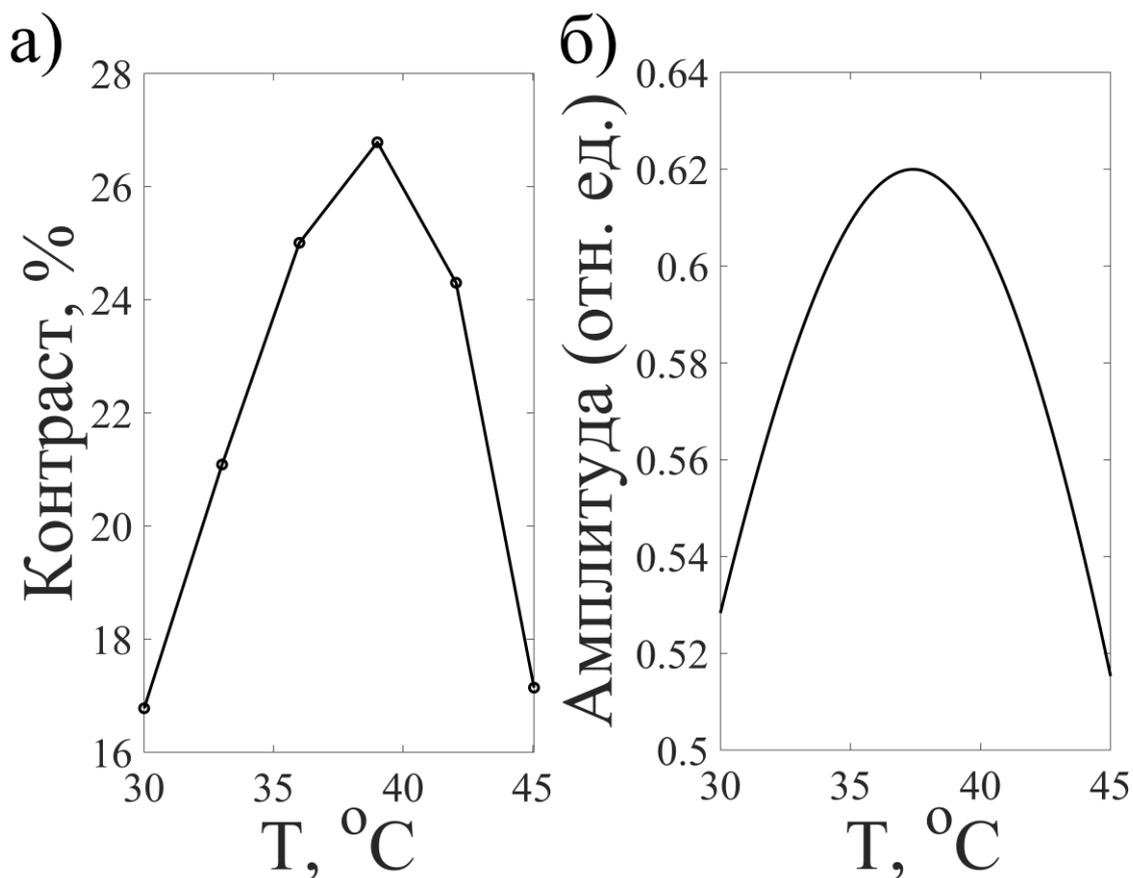


Рис. 2.4.1. Сравнение температурной зависимости контраста (а) центрального резонанса КПН, детектируемого методом Рэмси, полученной экспериментально [91] с аналогичной зависимостью амплитуды центрального резонанса в относительных единицах от температуры для среды атомов  $^{133}\text{Cs}$ . Параметры расчета те же, что на рис. 2.4.1.

На рисунке 2.4.1(а) представлена экспериментальная зависимость контраста центрального резонанса КПН, детектируемого методом Рэмси, от температуры. Немонотонный характер данной зависимости объясняется эффектами поглощения в оптически плотной среде, которые обсуждались в пункте 2.3.2 при рассмотрении рисунка 2.3.4. На рисунке 2.4.1(б) представлена аналогичная зависимость амплитуды центрального резонанса в относительных единицах от температуры, полученная в результате численного расчета. Видно, что данная зависимость находится в качественном согласии с экспериментальными данными.

## 2.5. Выводы к главе 2

1. Получены контуры резонансов КПН-Рэмси для случаев оптически плотной и оптически тонкой сред как при нулевой, так и при конечной температурах для различных параметров лазерной накачки и атомной среды.
2. Проанализированы зависимости формы и сдвигов резонансов от таких параметров, как температура среды, толщина атомной ячейки, длительность темновой паузы, концентрация буферного газа, амплитуд и поляризаций лазерного излучения, отношения матричных элементов дипольного момента для оптических переходов.
3. Обнаружено существование определенной разности фаз входных лазерных полей, при которой сдвиг центрального резонанса не зависит от оптической плотности среды как в случае неподвижных, так и в случае движущихся атомов.
4. Выполнено сравнение результатов ряда расчетов с экспериментальными данными. Отмечено качественное согласие.

## Глава 3

# **Влияние магнитной структуры щелочных атомов на формирование резонансов когерентного пленения населенностей, детектируемых методом Рэмси**

Корректное описание результатов экспериментов по детектированию резонансов КПН в щелочных атомах требует учета магнитной структуры их уровней. Это особенно важно при выборе поляризаций возбуждающего излучения, так как от них зависят правила отбора задействованных переходов на зеемановских подуровнях. Существующие теоретические работы, изучающие влияние зеемановской структуры атомов на форму резонансов КПН (см., например, [96–99, 103–107]), посвящены исключительно непрерывным схемам накачки. Однако, как будет показано далее, использование импульсной схемы опроса при учете магнитных подуровней приводит к эффектам, выходящим за рамки стационарных теорий.

В данной главе приводятся результаты численного моделирования процесса возбуждения резонансов КПН Рэмси с учетом магнитной структуры уровней и векторного характера электромагнитного поля на основе теории, построенной в разделе 1.4. При этом будут рассматриваться только оптически тонкие среды атомов при ненулевой температуре. В разделе 3.1 производится анализ зависимости формы резонансов Рэмси от различных параметров атомной среды и лазерной накачки. В разделе 3.2 изучается

поведение световых сдвигов данных резонансов. В разделе 3.3 приводится сравнение расчетов с экспериментальными данными.

Результаты данной главы опубликованы в работе [A8].

### 3.1. Анализ формы линии

Спектр КПН резонансов Рэмси в данном случае вычисляется как зависимость суммарной населенности возбужденных уровней  $\rho_{\text{exc}} = \sum_e \bar{\rho}_{ee}$  от двухфотонной отстройки  $\delta$  в конце считывающего импульса путем численного решения системы (1.4.14)–(1.4.17) с учетом (1.4.19). В качестве активного вещества в этом и следующем разделах будут рассмотрены атомы  $^{87}\text{Rb}$  (см. приложение А), схема возбуждения D1-линии которых изображена на рисунке 3.1.1.

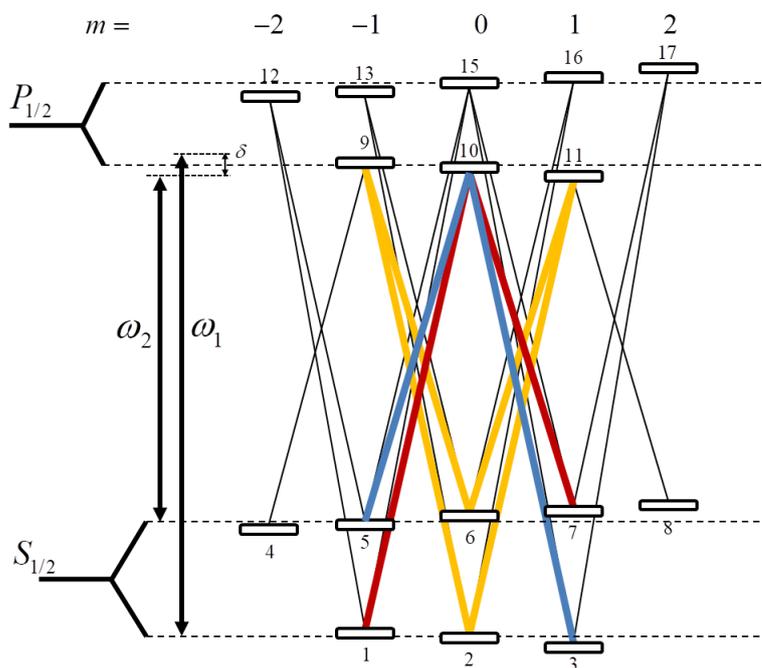


Рис. 3.1.1. Схема возбуждения КПН резонансов в D1-линии атомов  $^{87}\text{Rb}$ . Жирными желтыми линиями обозначена sdвоенная  $\Lambda$ -схема на радиочастотном переходе с проекциями магнитного момента  $0 - 0$ . Синими и красными линиями обозначены  $\Lambda$ -схемы на радиочастотных переходах с проекциями магнитных моментов  $(\pm 1) - (\mp 1)$ . Тонкими черными линиями обозначены остальные возбуждаемые переходы

Важной характеристикой, представляющей интерес при исследовании эффекта КПН, является контраст резонанса. Определение величины контраста в данной работе дается следующим выражением:  $C(\delta) = 1 - \rho_{\text{exc}}(\delta) / \rho_{\text{exc}}(\delta_{\text{off}})$ , где  $\delta_{\text{off}}$  — значение двухфотонной отстройки вне резонанса КПН.

Далее анализируется влияние магнитного поля на форму резонансов. Из рисунка 3.1.2 видно, что амплитуда резонансов Рэмси оказывается меньше амплитуды резонансов, детектируемых непрерывным излучением. Это объясняется распадом низкочастотных когерентностей между подуровнями основного состояния в процессе темновой паузы. Таким образом, увеличение длительности темновой паузы приводит к сужению резонансов с одной стороны, но к уменьшению их амплитуды с другой. Увеличение магнитного поля позволяет выделить в гребенке Рэмси отдельные максимумы огибающей, отвечающие КПН резонансам на радиочастотных переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |7\rangle$ ,  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$  и  $|3\rangle \leftrightarrow |5\rangle$ , положения которых дается разностями магнитных сдвигов соответствующих переходов:  $\Delta_{71}$ ,  $\Delta_{62}$  и  $\Delta_{53}$ . При этом резонанс на радиочастотном переходе  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$  (жирные линии на рисунке 3.1.1.) отсутствует для  $\text{lin}||\text{lin}$  конфигурации вследствие деструктивной интерференции двух плеч сдвоенной лямбда схемы на данном переходе, как это было показано в [110].

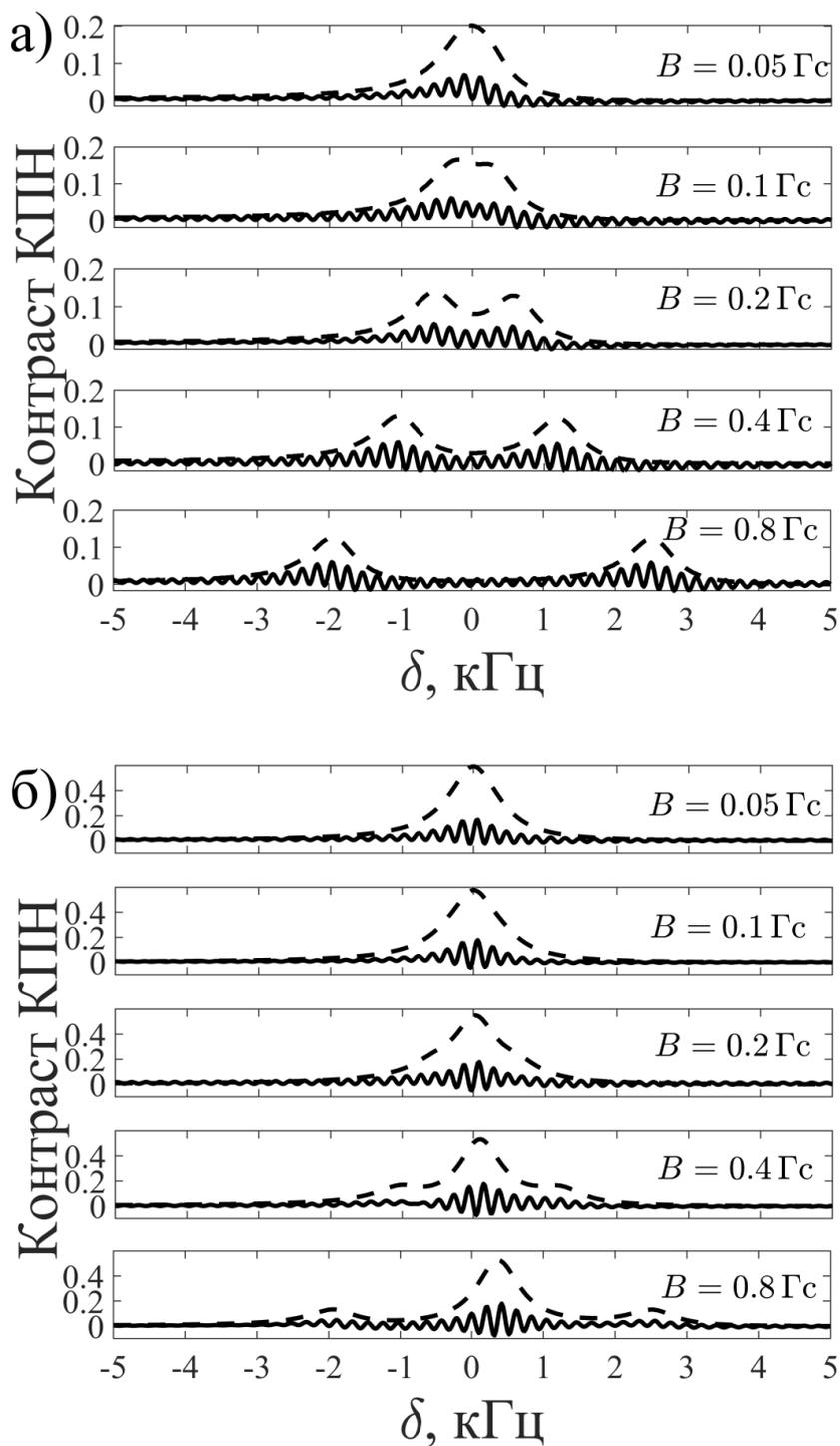


Рис. 3.1.2. Зависимость контрастных спектров КПН резонансов от магнитного поля, детектируемых методом Рэмси (сплошные кривые) и непрерывным излучением (пунктирные кривые), для  $\text{lin}\|\text{lin}$  (а) и  $\text{lin}\perp\text{lin}$  (б) конфигураций. Параметры расчета:  $I_1 = I_2 = 0.2 \text{ мВт/см}^2$ ,  $T = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_d = 5 \text{ мс}$ ,  $\gamma_{12} = 250 \text{ с}^{-1}$ ,  $\eta^{\text{opt}} = 0.2$ ,  $\eta^{\text{rf}} = 2\gamma_{12} / \nu$ ,  $n_{\text{buf}} = 4 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , буферный газ — азот.

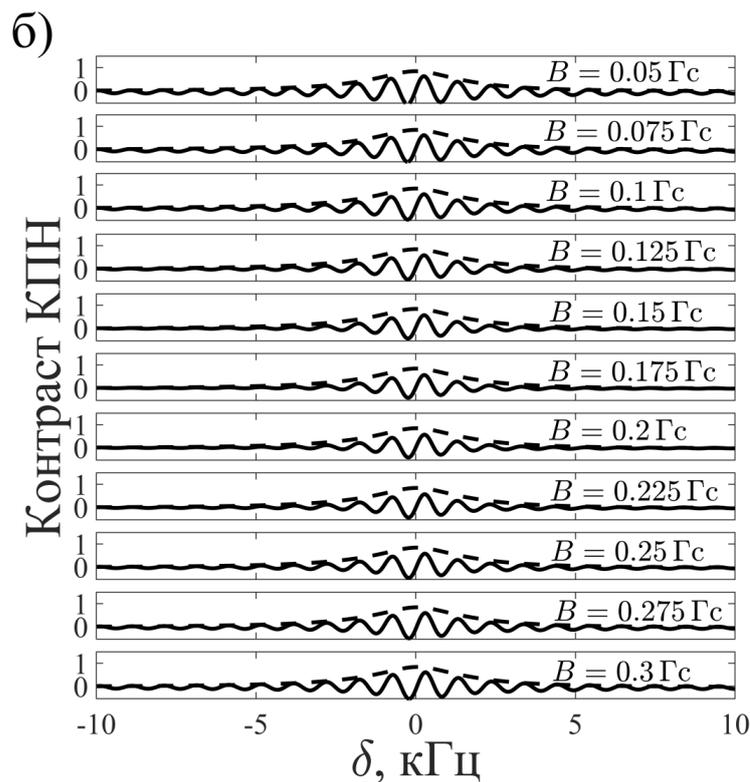
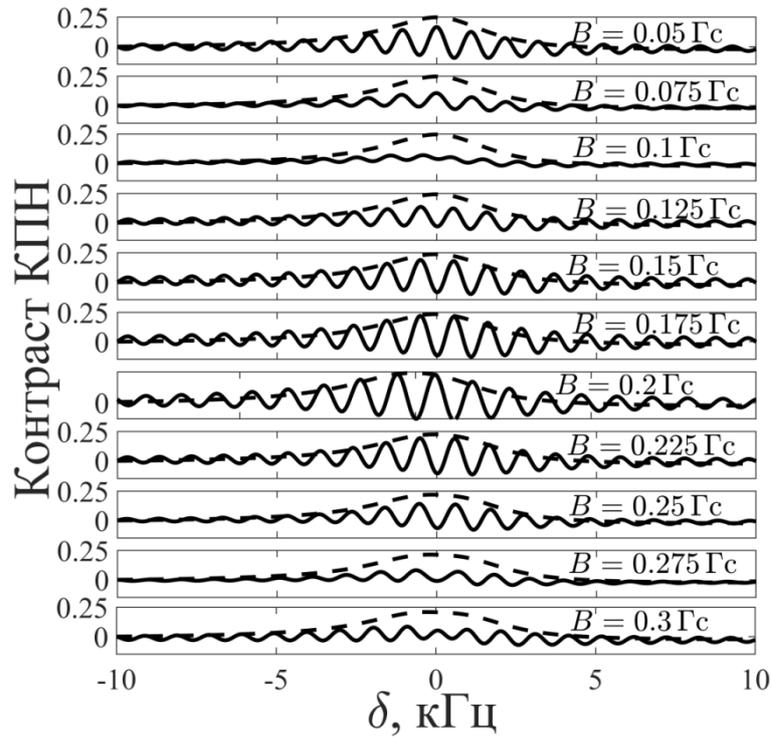


Рис. 3.1.3. Зависимость контрастных спектров КПН резонансов от магнитного поля, детектируемых методом Рэмси (сплошные кривые) и непрерывным излучением (пунктирные кривые), для  $\text{lin}||\text{lin}$  (а) и  $\text{lin}\perp\text{lin}$  (б) конфигураций. Параметры расчета:  $I_1 = I_2 = 1 \text{ мВт/см}^2$ ,  $T = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_d = 1 \text{ мс}$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 3.

Далее изменение формы резонансов Рэмси при увеличении магнитного поля анализируется более детально.

Рисунок 3.1.3 демонстрирует немонотонную зависимость амплитуды резонансов Рэмси от магнитного поля. В частности, при некоторых значениях магнитного поля амплитуда резонансов достигает локального минимума. Данный результат вполне согласуется с экспериментальными данными [127] и объясняется деструктивной интерференцией различных каналов возбуждения КПН резонансов Рэмси. В процессе темновой паузы низкочастотные когерентности  $\rho_{g_1 g_2}$  изменяют свою фазу на величину  $(\delta + \Delta_{g_1 g_2})T_d$ . Если к концу темновой паузы различные когерентности двух рабочих подуровней  $g_1 g_2$  и  $g'_1 g'_2$  оказались в противофазе, то есть выполнилось условие

$$(\Delta_{g_1 g_2} - \Delta_{g'_1 g'_2})T_d = \pi(2s - 1), \quad s = 1, 2, \dots, \quad (3.1.1)$$

то соответствующие  $\Lambda$ -схемы будут ослаблять друг друга. Так, используя выражение (3.1.1), получено, что при  $T_d = 1$  мс  $\Lambda$ -схемы на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |7\rangle$  и  $|3\rangle \leftrightarrow |5\rangle$  будут ослаблять друг друга для  $B \approx 0.09, 0.27, 0.45, \dots$  Гс, что хорошо видно на рисунке 3.1.3 (а), так как для  $\text{lin}||\text{lin}$  конфигураций резонанс на переходе  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$  отсутствует. Примечательно, что в этом случае при переходе через данные значения магнитного поля центральный пик меняет свою выпуклость. В конфигурации  $\text{lin}\perp\text{lin}$  основной вклад в ослабление амплитуд гребенки Рэмси вносят совместно интерференции между  $\Lambda$ -схемами на радиочастотных переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |7\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ , а также  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$  и  $|3\rangle \leftrightarrow |5\rangle$ .

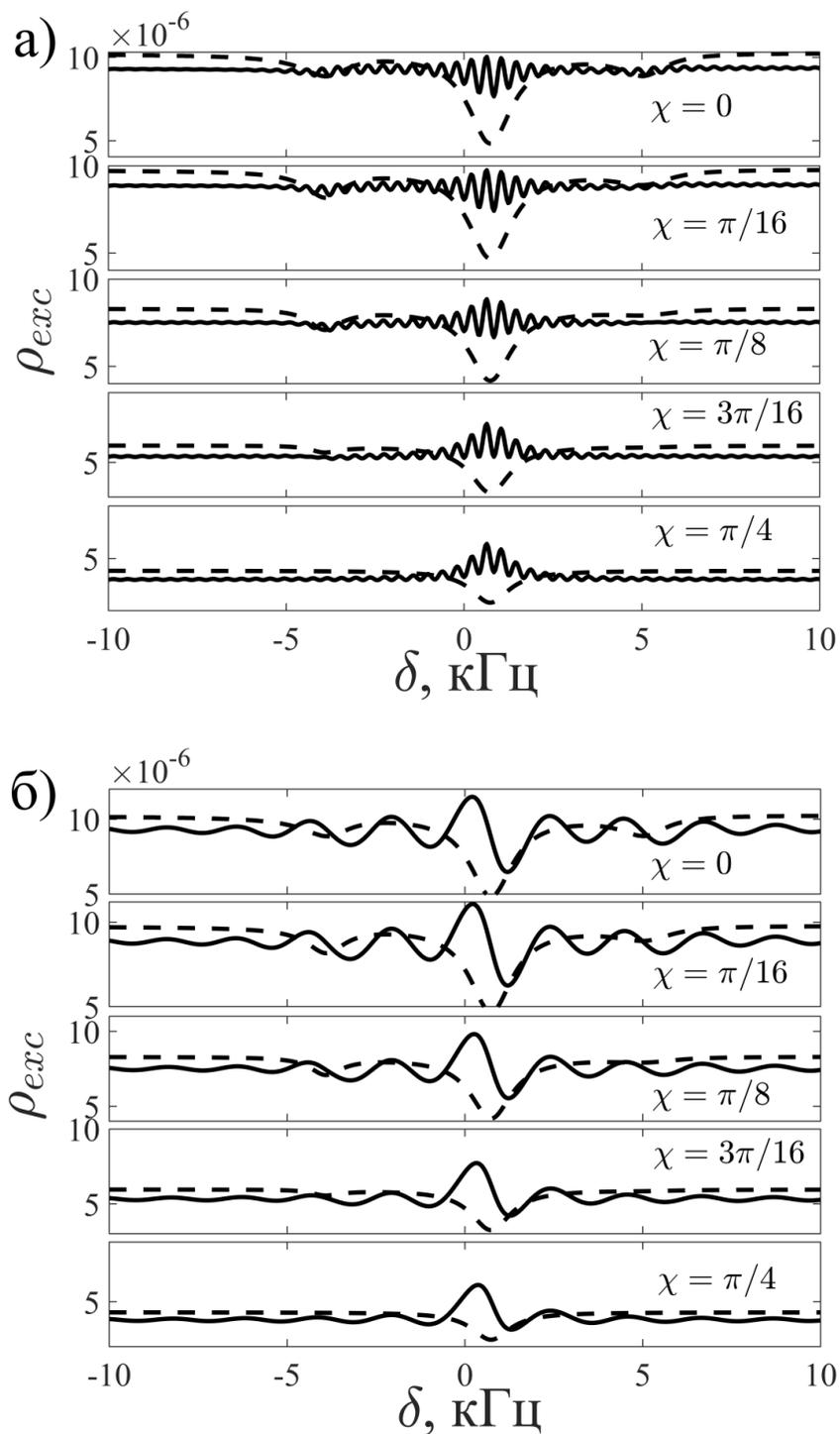


Рис. 3.1.4. Зависимость спектров КПН резонансов, детектируемых методом Рэмси (сплошные кривые) и непрерывным излучением (пунктирные кривые), от параметра эллиптичности  $\chi$  при переходе от конфигурации  $\text{lin}\perp\text{lin}$  к правой циркулярной поляризации обоих полей для  $T_d = 5$  мс (а) и  $T_d = 1$  мс (б). Параметры расчета:  $I_1 = I_2 = 0.2$  мВт/см<sup>2</sup>,  $T = 30$  °С,  $B = 0.8$  Гс. Остальные параметры те же, что на рисунке 3.1.2.

Таким образом, из (3.1.1) получается, что при  $T_d = 1$  мс минимальная амплитуда впервые достигается в интервале  $B \in 0.09 \div 0.18$  Гс, что можно увидеть на рисунке 3.1.3(б). Однако в связи с тем, что резонанс на переходе  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$  имеет значительно бóльшую амплитуду, интерференционный вклад соседних резонансов в данном случае оказывается мал, и на рисунке 3.1.3 (б) амплитуда изменяется крайне слабо. Другими словами, амплитуда резонансов Рэмси, возбуждаемых посредством конфигурации  $\text{lin}\perp\text{lin}$ , менее чувствительна к изменению магнитного поля. Следует отметить, что в формуле (3.1.1) пренебрегается влиянием светового сдвига.

На рисунке 3.1.4 показано, как меняется гребенка Рэмси при переходе от конфигурации  $\text{lin}\perp\text{lin}$  к правой циркулярной поляризации обоих полей. Видно, что в огибающей гребенки Рэмси при увеличении эллиптичности остается только один минимум, соответствующий резонансу на переходе  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ . Амплитуда резонансов при этом уменьшается вследствие образования «кармана» на уровне  $|8\rangle$ , что делает использование циркулярной поляризации при возбуждении КПН менее выгодным. Из рисунка 3.1.4 (а) и (б) видно, что это имеет место как для короткой  $T_d = 1$  мс, так и для длительной  $T_d = 5$  мс темновой паузы.

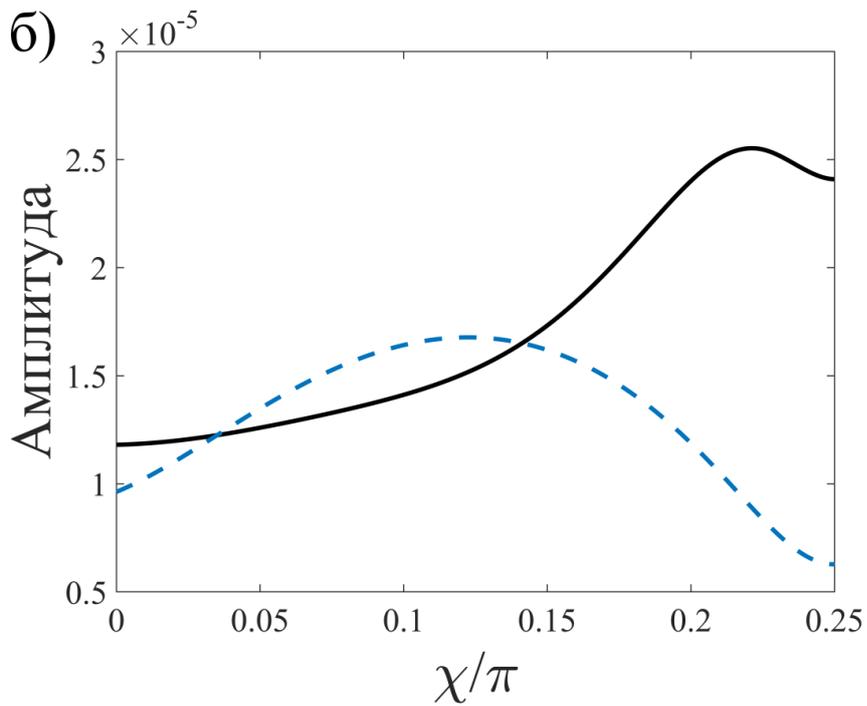
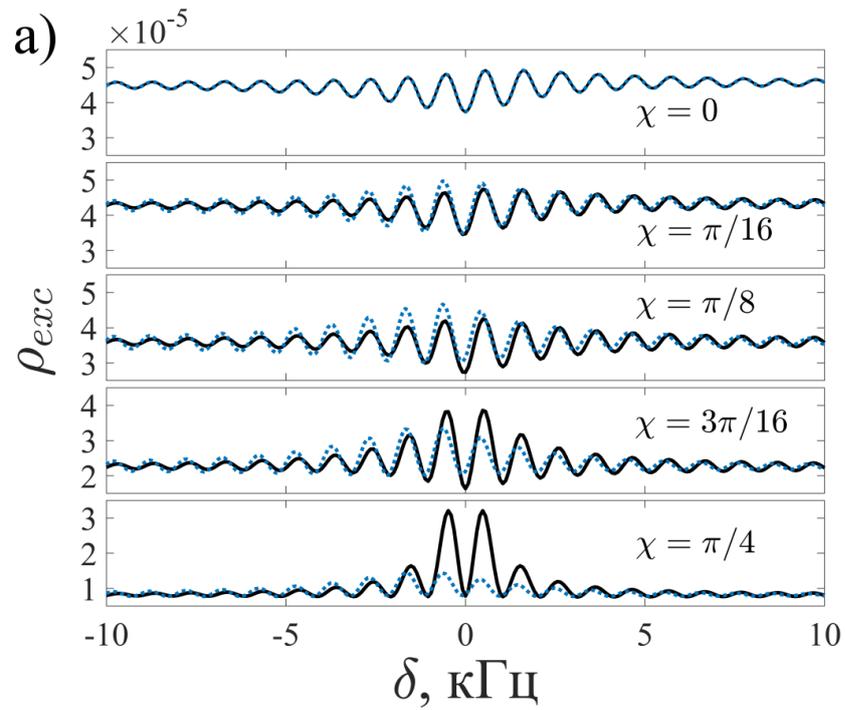


Рис. 3.1.5. Зависимость спектров (а) и амплитуд (б) КПН резонансов, детектируемых методом Рэмси, от параметра эллиптичности двух право-циркулярно поляризованных волн ( $\sigma^+\sigma^+$ ) (пунктирные кривые) и одной право-циркулярно другой лево-циркулярно поляризованной волн ( $\sigma^+\sigma^-$ ) (сплошные кривые) при конфигурации  $\text{lin}\|\text{lin}$  для  $\chi=0$ . Параметры расчета:  $I_1 = I_2 = 1 \text{ мВт/см}^2$ ,  $T = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_d = 1 \text{ мс}$ ,  $B = 0.05 \text{ Гс}$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 3.1.2.

На рисунке 3.1.5(a) представлено сравнение поведений резонансов Рэмси при увеличении эллиптичности для  $\sigma^+\sigma^+$  и  $\sigma^+\sigma^-$  конфигураций при изначальной  $\text{lin}\|\text{lin}$  конфигурации. Видно, что при переходе к циркулярным поляризациям в огибающей резонансов остается пик, в случае  $\sigma^+\sigma^-$  соответствующий КПН-резонансу на переходе  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$ , а в случае  $\sigma^+\sigma^+$  на переходе  $|1\rangle \leftrightarrow |7\rangle$ . Следует отметить, что положение последнего несколько отличается от величины  $\Delta_{71}$  вследствие влияния светового сдвига. При этом амплитуда центрального относительно экстремума огибающей резонанса меняется с изменением эллиптичности немонотонно, имея выраженный максимум в окрестности  $\pi/8$  для случая  $\sigma^+\sigma^-$  конфигурации (рисунок 3.1.5(б)).

Таким образом, для конфигурации  $\sigma^+\sigma^-$  существует оптимальная эллиптичность, в которой резонанс имеет наилучший параметр качества. Данный эффект можно также объяснить влиянием интерференции различных  $\Lambda$ -схем. Как отмечалось выше, при  $\text{lin}\|\text{lin}$  конфигурации резонанс на радиочастотном переходе  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$  отсутствует. При переходе к циркулярной поляризации  $\sigma^+\sigma^+$  наблюдается только одно из его плеч вследствие правил отбора. Однако при промежуточных значениях параметра эллиптичности между  $\text{lin}\|\text{lin}$  и  $\sigma^+\sigma^+$  поляризациями второе плечо сдвоенной  $\Lambda$ -схемы на переходе  $|2\rangle \leftrightarrow |6\rangle$  проявляется, внося конструктивный вклад в спектр при малых значениях магнитного поля. Стоит отметить, что при значениях магнитного поля, удовлетворяющих условию деструктивной интерференции (3.1.1), изменение эллиптичности будет приводить к обратному эффекту.

## 3.2. Анализ световых сдвигов

Далее анализируется поведение светового сдвига центрального резонанса Рэмси. Из рисунка 3.2.1(а) видно, что зависимость сдвига от температуры в указанном диапазоне близка к линейной, что согласуется с результатами п.2.3.1, где такое поведение объяснялось температурным уширением дисперсионного контура. При этом изменение магнитного поля приводит к изменению угла наклона зависимости вследствие зеемановских сдвигов рабочих подуровней. Таким образом, зависимость сдвига от температуры можно подавить выбором величины магнитного поля. На рисунке 3.2.1(б) представлены зависимости относительного сдвига центрального резонанса Рэмси от параметра эллиптичности полей при переходе от линейных поляризаций к циркулярным. Видно, что ход данных зависимостей становится более пологим в окрестности  $\pi/4$ , что объясняется изотропностью системы в поперечных лазерному лучу плоскостях. Таким образом, резонансы, возбуждаемые циркулярно поляризованными полями, оказываются менее чувствительны к флуктуациям эллиптичности по сравнению с резонансами, возбуждаемыми линейно поляризованными полями как по амплитуде (рисунок 3.2.1(б)), так и по сдвигу (рисунок 3.2.1(б)) [А8]. Стоит отметить, что на всех зависимостях на рисунке 3.2.1 (б) имеются стационарные точки. Это означает, что зависимость светового сдвига от эллиптичности можно подавить выбором оптимального состояния поляризации излучения.

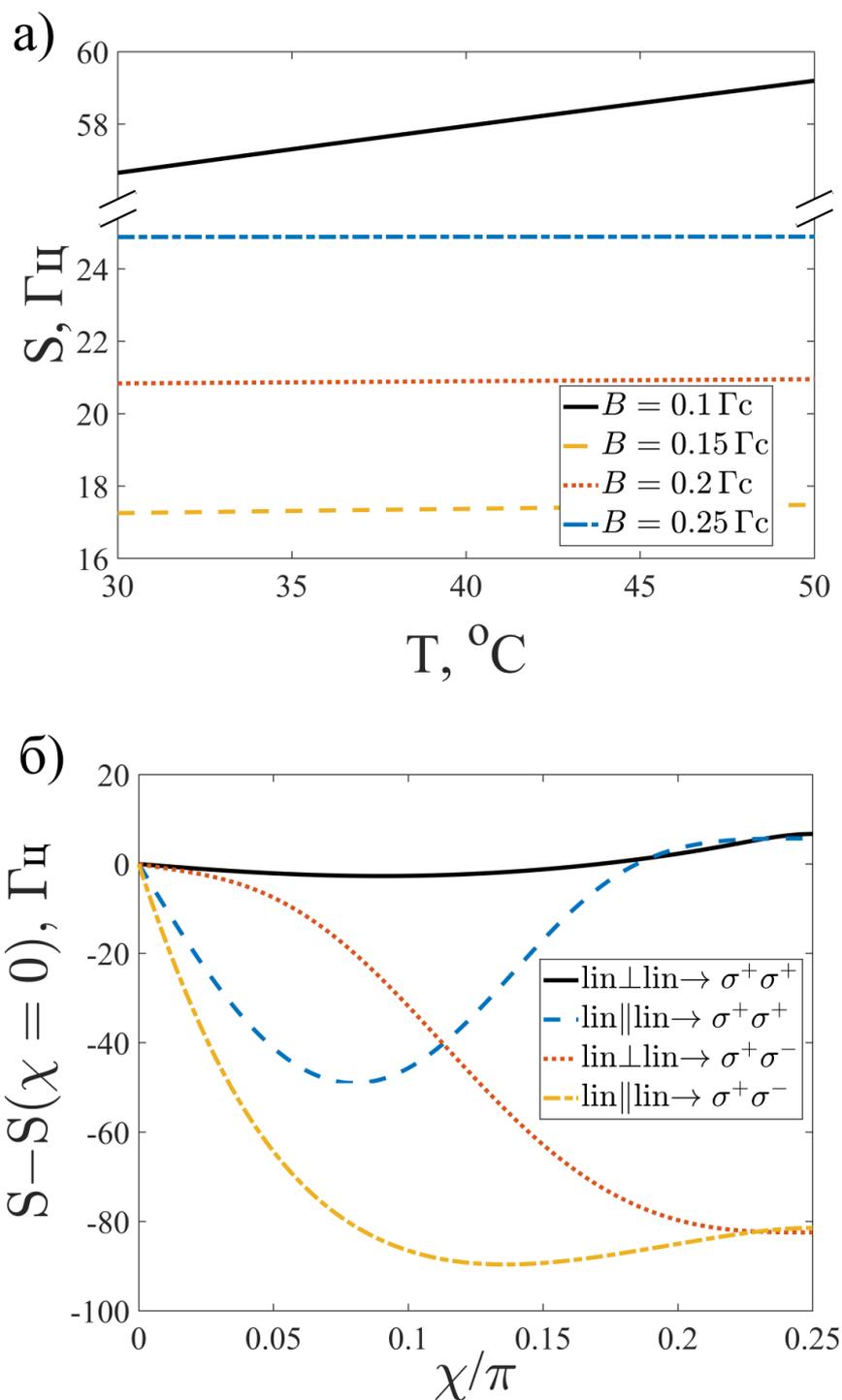


Рис. 3.2.1. Зависимость сдвига центрального резонанса КПН  $S$ , детектируемого методом Рэмси, от температуры при различных величинах магнитного поля  $B$  для конфигурации  $\text{lin} \parallel \text{lin}$  (а) и от параметра эллиптичности при переходе к различным конфигурациям циркулярных поляризаций (б). Параметры расчета:  $I_1 = I_2 = 1 \text{ мВт/см}^2$ ,  $T = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_d = 1 \text{ мс}$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 3.1.2.

### 3.3. Сравнение с экспериментом

В данном разделе выполняется сравнение предсказаний теории, приведенной в главе 1, с экспериментальными данными. На рисунке 3.2.2 приведено сравнение гребенок резонансов Рэмси, рассчитанных численно на основе теории из раздела 1.1, с аналогичными резонансами, полученными экспериментально авторами работы [128] с использованием ячейки атомов  $^{85}\text{Rb}$ . Схема возбуждения данных резонансов аналогична той, что изложена в разделе 2.1.

На рисунке 3.2.2 видно, что имеет место качественное согласие результатов расчетов с экспериментальными данными. Стоит отметить, что предложенная модель, в отличие от результатов расчета на основе простой  $\Lambda$ -схемы, приведенных в работе [128], воспроизводит асимметричную форму резонансов, обусловленную взаимодействием с нерезонансными атомными переходами. Из рисунка 3.2.2 (а) видно, что амплитуда нижней огибающей резонансов оказывается меньше амплитуды верхней. Это может свидетельствовать об оптической плотности среды активных атомов, используемой в эксперименте. Так как в используемой математической модели в данном случае не учитывалась оптическая плотность, рисунок 3.2.2 (б) практически не воспроизводит данную особенность. Прочие расхождения в форме резонансов могут быть вызваны такими не учтенными в модели факторами, как конечность длительности накачивающего импульса  $\tau_p$  (значение в эксперименте  $\tau_p = 200$  мкс), а также возможность столкновений активных атомов со стенками газовой ячейки.

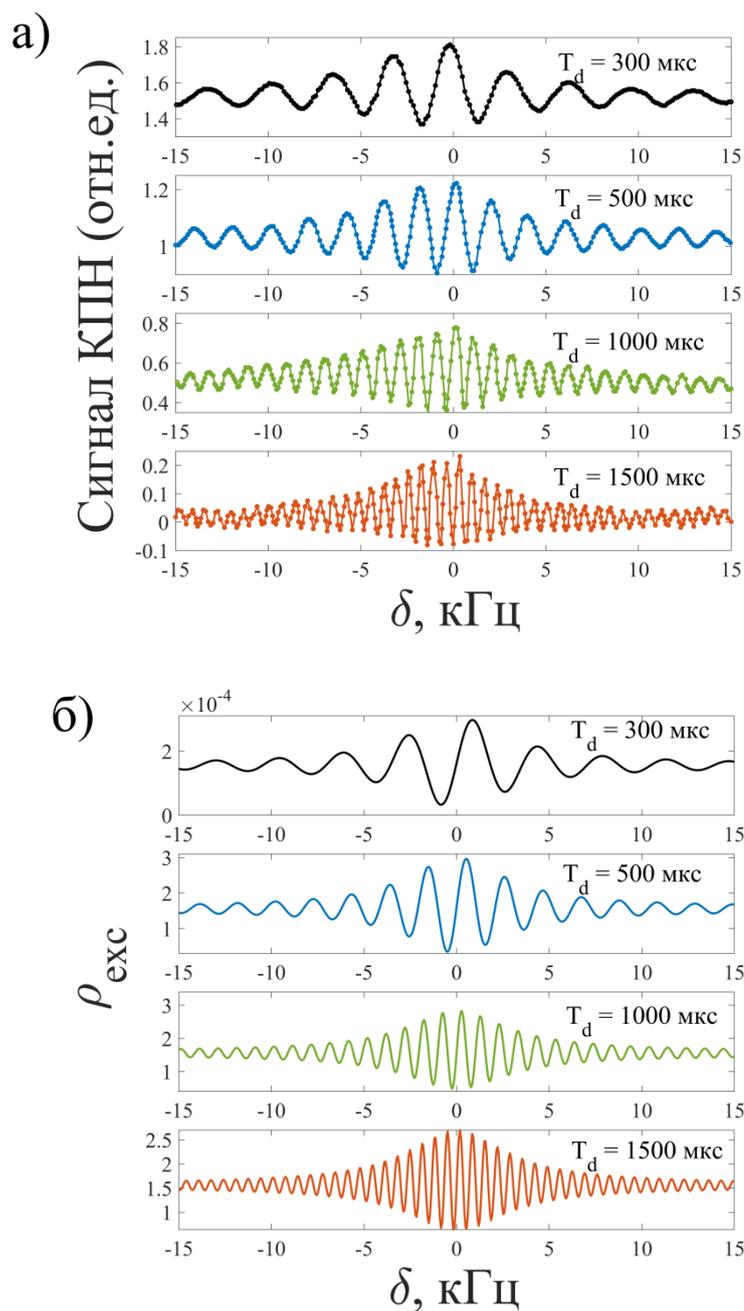


Рис. 3.2.2. Сравнение форм резонансов, полученных экспериментально (а) [128], с аналогичными зависимостями, рассчитанными на основе численного моделирования (б), для среды атомов  $^{85}\text{Rb}$  при различных длительностях темновой паузы  $T_d$ . Расчет выполнен для  $\text{lin}\perp\text{lin}$  поляризации при интенсивностях  $I_1 = I_2 = 1.5 \text{ мВт/см}^2$  и магнитном поле  $B = 0.1 \text{ Гс}$ . Параметры для атома  $^{85}\text{Rb}$  заимствованы из работы [129]. Остальные параметры те же, что на рисунке 3.1.2.

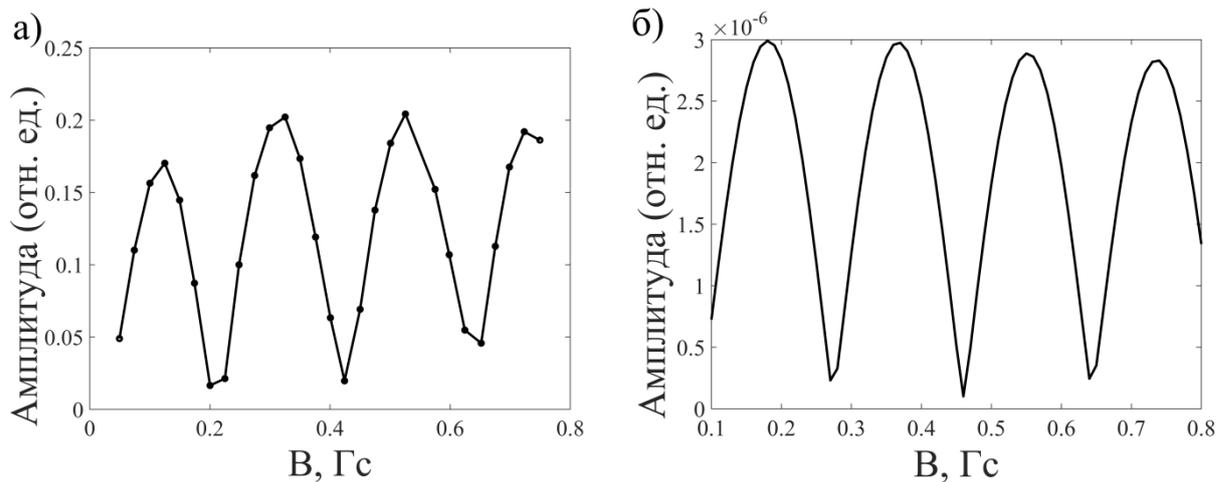


Рис. 3.2.3. Сравнение экспериментальной зависимости (а) амплитуды центрального резонанса КПН Рэмси от магнитного поля [127] с аналогичной зависимостью (б), полученной на основе численного расчета. Расчет выполнен для  $\text{lin}\perp\text{lin}$  поляризации при интенсивностях  $I_1 = I_2 = 1.5 \text{ мВт/см}^2$ , длительности темновой паузы  $T_d = 1.1 \text{ мс}$  и температуре  $T = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 3.1.2.

На рисунке 3.2.3 (а) представлена зависимость амплитуды резонансов КПН Рэмси от магнитного поля, полученная экспериментально в работе [127]. Данная зависимость имеет немонотонный осциллирующий характер. Это объясняется деструктивной интерференцией различных каналов возбуждения резонансов КПН Рэмси, что подробно обсуждалось в разделе 3.1. Видно, что аналогичная зависимость (рисунок 3.2.3 (б)), полученная на основе построенной теоретической модели, качественно воспроизводит данный результат. Неточность положений минимумов на рисунке 3.2.3 (б) связана с тем, что при данных значениях магнитного поля центральный резонанс меняет свою выпуклость, что в свою очередь затрудняет определение понятия амплитуды резонанса при соответствующих значениях магнитного поля.

### 3.4. Выводы к главе 3

1. Получены контуры резонансов КПН, детектируемые методом Рэмси в D1-линиях движущихся атомов  $^{87}\text{Rb}$ , для различных параметров лазерной накачки.
2. Проанализированы зависимости формы и сдвигов резонансов от поляризаций внешнего излучения, параметра его эллиптичности, приложенного магнитного поля и температуры.
3. Показана возможность интерференции различных каналов импульсного возбуждения резонансов КПН, наблюдаемая как немонотонное изменение амплитуды резонансов с увеличением величин магнитного поля и параметра эллиптичности лазерного излучения.
4. Показано, что зависимость сдвига центрального резонанса КПН, детектируемого методом Рэмси, от эллиптичности лазерного излучения является немонотонной, имея области наименьшей чувствительности сдвига к изменениям эллиптичности.
5. Продемонстрировано качественное согласие ряда теоретических результатов с экспериментальными данными.

## Глава 4

# Влияние столкновений со стенками на формирование резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности в ячейках с антирелаксационными покрытиями

Причиной явления ЭИП, так же, как и КПН, является возбуждение в атомах квантовой когерентности, которая приводит к деструктивной интерференции двух каналов возбуждения. В случае детектирования резонанса прозрачности в газовой ячейке атомная когерентность может разрушаться при столкновениях со стенками, что негативно сказывается на качестве резонансов. Одним из эффективных способов борьбы с этим является нанесение на стенки специального антирелаксационного покрытия, которое приводит к увеличению времени когерентного взаимодействия атома с полем и способствует достижению лучшего качества резонанса.

Существует большое количество как экспериментальных, так и теоретических работ [31–69], посвященных исследованиям свойств таких покрытий и процесса детектирования атомных резонансов в покрытых ячейках. Однако некоторые особенности процессов атомного возбуждения зачастую остаются без должного внимания. Так, при теоретическом описании процесса возбуждения ЭИП в атомных ячейках часто исследуются только столкновения с боковыми стенками ячейки в поперечных лазерному лучу направлениях, играющие важную роль при зонной накачке. Однако столкновения с торцевыми стенками играют существенную роль при

детектировании резонанса широкими лазерными лучами, когда атом не покидает области действия поля при движении в поперечном лазерному лучу направлении [41, 47].

В данной главе на основе теории, изложенной в разделе 1.4, исследуется влияние столкновений активных атомов с торцевыми стенками ячейки на характер эффекта ЭИП. При этом используется четырехуровневая модель атомов, учитывающая сверхтонкое расщепление возбужденного состояния.

Преимуществом используемого подхода является возможность получения аналитического выражения для спектра поглощения, который определяется зависимостью мнимой части восприимчивости среды от отстройки пробного поля. Восприимчивость единицы фазового объема среды к пробному полю без учета возможного некогерентного рассеяния [130–133] вычисляется посредством оптических когерентностей (1.1.36) и (1.1.37) следующим образом:

$$\chi = \frac{n_a d_{13}}{\hbar \Omega_p} (\tilde{\rho}_{31} + p_1^* \tilde{\rho}_{41}), \quad (4.1)$$

что хорошо видно, например, из выражения (1.3.8). Общая формула восприимчивости, получаемая посредством выражений (1.1.36), (1.1.37), (1.1.39), (1.1.40) для случая  $p_1 = p_2$ , имеет следующий вид:

$$\chi^\pm = \chi^{0\pm} \left\{ 1 + \frac{|\Omega_c|^2}{\delta_{134}^\pm \delta_{12}^\pm} (W^\pm + 1) \exp \left[ \mp \frac{\lambda^\pm}{\nu} \left( z - \frac{L \mp L}{2} \right) \right] \right\}^*. \quad (4.2)$$

Здесь

$$\chi^{0\pm} = \frac{i n_a d_{13}}{\hbar} \frac{M}{L} \left( \frac{\delta_{12}^\pm}{\delta_{12}^\pm \delta_{134}^\pm + |\Omega_c|^2} \right)^* \quad (4.3)$$

— восприимчивость равновесной с полем среды движущихся атомов в отсутствие столкновений со стенками, нормированная на длину ячейки.

Зависимость мнимой части выражения (4.2) от отстройки пробного поля определяет спектр поглощения единицы фазового объема среды.

В разделе 4.1 анализируется резонанс ЭИП в безграничной во всех направлениях среде движущихся атомов, на основе чего приводится физическое объяснение различия стоксова и антистоксова каналов рассеяния пробного излучения. В разделе 4.2 исследуется аналитический результат, полученный в модели зеркально-когерентного (упругого) отражения атомов от стенок, который, кроме того, сравнивается с результатом численного решения полной системы уравнений для матрицы плотности. В разделе 4.3 анализируются результаты, полученные для диффузной модели отражения атомов от стенок. В разделе 4.4 приводится сравнение результатов, полученных в моделях диффузного и зеркально-когерентного отражений.

Результаты данной главы опубликованы в работах [A4–A6, A15].

## **4.1. Модель безграничной среды**

Восприимчивость безграничной во всех направлениях среды описывается известным из [74] выражением (4.3). Необходимость дополнительного обсуждения этого случая вытекает из сделанного в работах [134, A4] замечания о существенном различии стоксова и антистоксова каналов рассеяния пробного излучения. Объяснение этого различия делается на примере рисунка 2, на котором изображены спектры поглощения пробного излучения данной скоростной группы атомов для обоих случаев:  $q < 0$  (а) и  $q > 0$  (б). Для удобства на рисунке также изображены распределения Максвелла по частотным доплеровским сдвигам пробного излучения.

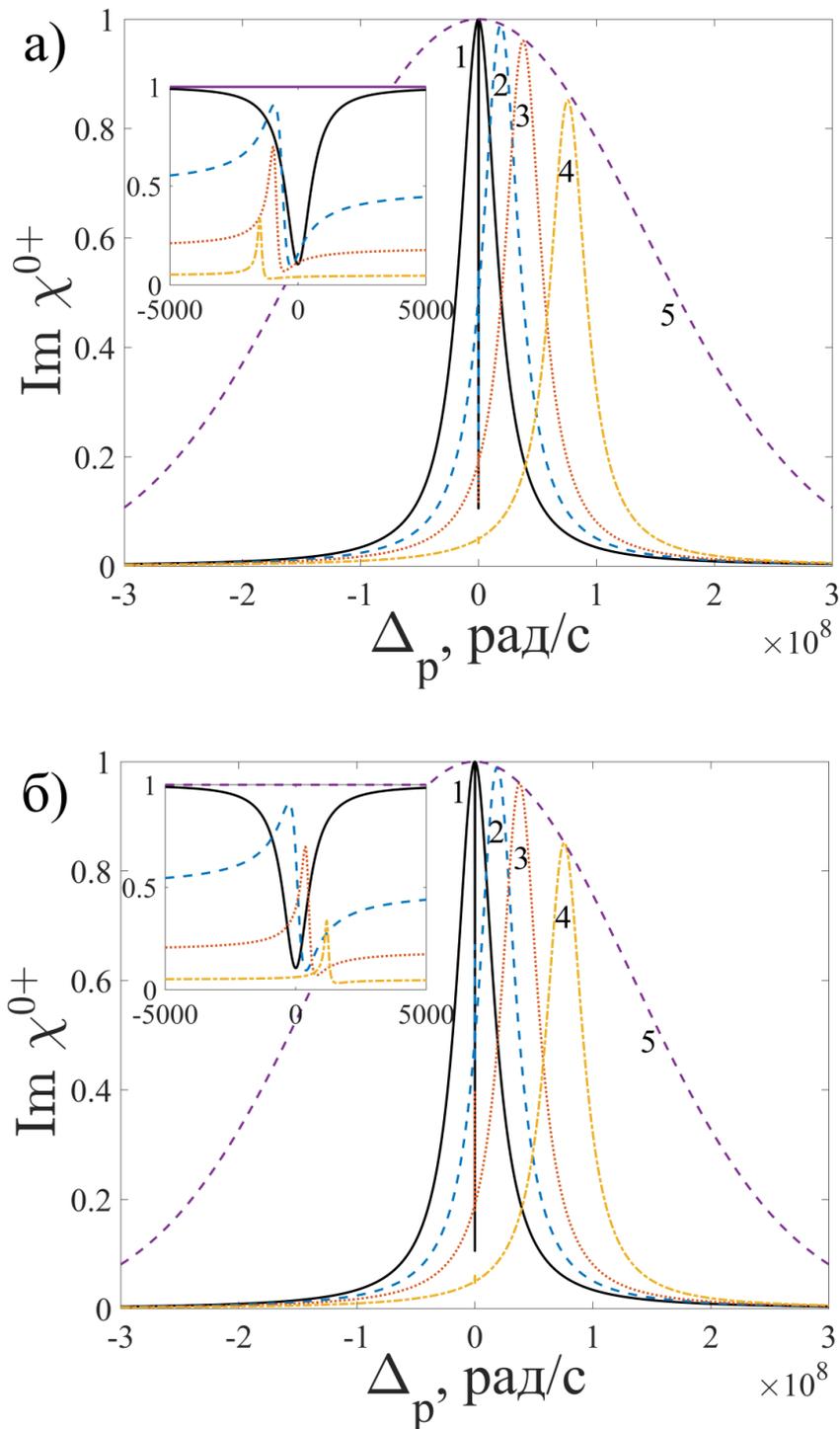


Рис. 4.1.1. Спектры поглощения (кривые 1–4) пробного излучения различными скоростными группами атомов на фоне распределения Максвелла (кривая 5) в относительных единицах для случаев  $q < 0$  (а) и  $q > 0$  (б). Кривые 1 —  $v_z = 0$ ; 2 —  $v_z = 0.1v_T$ ; 3 —  $v_z = 0.2v_T$ ; 4 —  $v_z = 0.4v_T$ ; 5 —  $M(\Delta_p/k_p)/M(0)$ . Вставки в левых частях рисунков изображают узкий центральный провал в увеличенном масштабе по горизонтальной оси. Остальные параметры расчета:  $\Delta_c = 0$ ,  $\Omega_c = 10^5$  рад/с,  $\Gamma = 6$  МГц,  $\Gamma_{12} = 10$  Гц,  $k_p = 79035.27$  см $^{-1}$ ,  $\lambda_{12} = 4.5$  см,  $|q| = 2\pi/\lambda_{12}$ ,  $T = 3$  К.

Рисунок 4.1.1 демонстрирует сдвиги резонансов поглощения и прозрачности при увеличении скорости атомов. Видно, что сдвиг темного резонанса  $qv$  оказывается либо сонаправлен со сдвигом резонанса поглощения  $k_p v$ , либо противоположен в зависимости от знака  $q$ . При этом на левом крыле темного резонанса в обоих случаях появляется дополнительный пик, который уменьшается по мере увеличения скорости. Появление данного пика можно объяснить в терминах «одетых» состояний.

Как известно [135, 136], действие резонансного излучения на квантовый переход приводит к расщеплению Аутлера–Таунса возбужденного состояния. Частоты полученных квазиэнергетических («одетых») состояний относительно нерасщепленного возбужденного уровня определяются выражением:

$$\omega_{\pm} = \Delta / 2 \pm \sqrt{\Omega^2 + (\Delta / 2)^2}, \quad (4.1.1)$$

где  $\Omega$ ,  $\Delta$  — половина частоты Раби и отстройка внешнего излучения соответственно.

В данном случае расщепление происходит под действием связывающего поля, а отстройкой при точном резонансе является доплеровский сдвиг  $-k_c v$ . Таким образом, сдвинутое по Доплеру пробное излучение окажется в резонансах с «одетыми» связывающим полем состояниями при отстройках

$$\Delta_p = k_p v - k_c v / 2 \pm \sqrt{\Omega_c^2 + (k_c v / 2)^2} \quad (4.1.2)$$

$$\approx \begin{cases} k_p v + \Omega_c^2 / k_c v, \\ qv - \Omega_c^2 / k_c v. \end{cases}$$

Данное выражение определяет положения сильно отстроенного максимума поглощения и узкого пика вблизи темного резонанса на рисунке 4.1.1. Таким образом, можно заключить, что данный пик появляется

вследствие детектирования пробным излучением одного из «одетых» связывающим полем состояний.

Как видно из рисунка 4.1.1, в случае  $q > 0$  такой пик при скоростях, близких к  $\sqrt{\Omega_c^2 / k_c q}$ , накладывается на основной темный резонанс, что при усреднении по скоростям значительно ослабляет эффект прозрачности в отличие от случая  $q < 0$ . Таким образом, повышение резонансного поглощения при  $q > 0$  происходит за счет взаимодействия пробного поля с одним из «одетых» состояний атомов, движущихся со скоростями, близкими к  $\sqrt{\Omega_c^2 / k_c q}$  [А6]. Далее в работе рассматриваются схемы накачки с  $q < 0$ .

## 4.2. Модель зеркально-когерентного отражения

Спектр поглощения в случае зеркально-когерентного отражения атомов от стенок определяется выражением (4.2), где выражение для константы интегрирования дается формулой (1.2.4).

Далее сравниваются спектральные зависимость контраста резонансов прозрачности, вычисленных с использованием аналитического выражения (4.2), с соответствующим численным решением полной системы уравнений для матрицы плотности (1.1.30)–(1.1.32). Контраст резонанса определяется, как  $C(\Delta_p) = 1 - \chi''(\Delta_p) / \chi_0''$ , где  $\chi''(\Delta_p)$  и  $\chi_0''$  — коэффициенты поглощения при заданной отстройке и в отсутствие резонанса прозрачности соответственно.

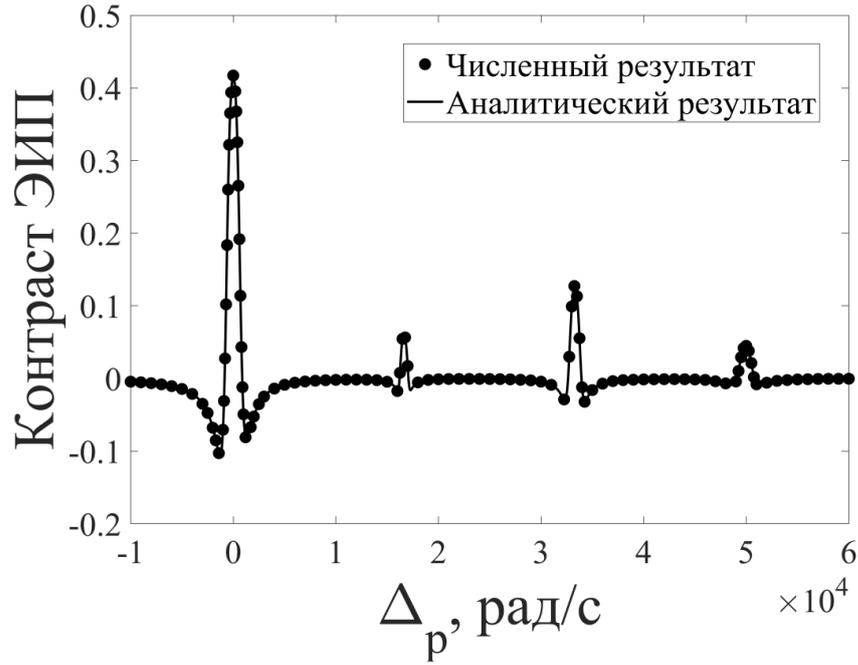


Рис. 4.2.1. Сравнение численного (точки) и аналитического (сплошная кривая) расчетов зависимостей контраста резонансов прозрачности от отстройки пробного поля. Параметры расчета:  $\Delta_c = 0$ ,  $\Omega_c = 10^5$  рад/с,  $\Gamma = 6$  МГц,  $\Gamma_{12} = 10$  Гц,  $\omega_{34} = 300$  МГц,  $k_p = 79035.27$  см<sup>-1</sup>,  $\lambda_{12} = 4.5$  см,  $q = -2\pi / \lambda_{12}$ ,  $L = \lambda_{12}$ ,  $T = 50$  °С.

На рисунке 4.2.1 видна хорошая сходимость полученного аналитического результата с соответствующим численным расчетом. Ошибка расчета составляет менее 0.1%. На рисунке 4.2.1 помимо основного резонанса прозрачности наблюдается серия дополнительных пиков. Похожий эффект наблюдался ранее для резонансов когерентного пленения населенностей [137]. Серия квазиэквидистантных пиков обусловлена модуляцией частот управляющего и пробного полей в системе отсчета, связанной с движущимся атомом. Частота модуляции определяется скоростью атома  $v_z$  и размером ячейки:  $\omega_{\text{mod}} = v_z \pi / L$ . Это модулированное поле можно разложить в ряд Фурье. Учитывая, что скорость атомов, обуславливающих эти резонансы, имеет величину порядка  $v_z \sim -\omega_{34} / k_p$ , можно показать, что частоты «дополнительных» резонансов могут быть описаны следующим простым соотношением [A10]:

$$\Delta_{2n} = \frac{\pi n}{k_p L} \omega_{43}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

На рисунке 4.2.2 приведена зависимость абсолютного значения функции  $w_{\text{spec}}$  от отстройки пробного поля при различных скоростях.

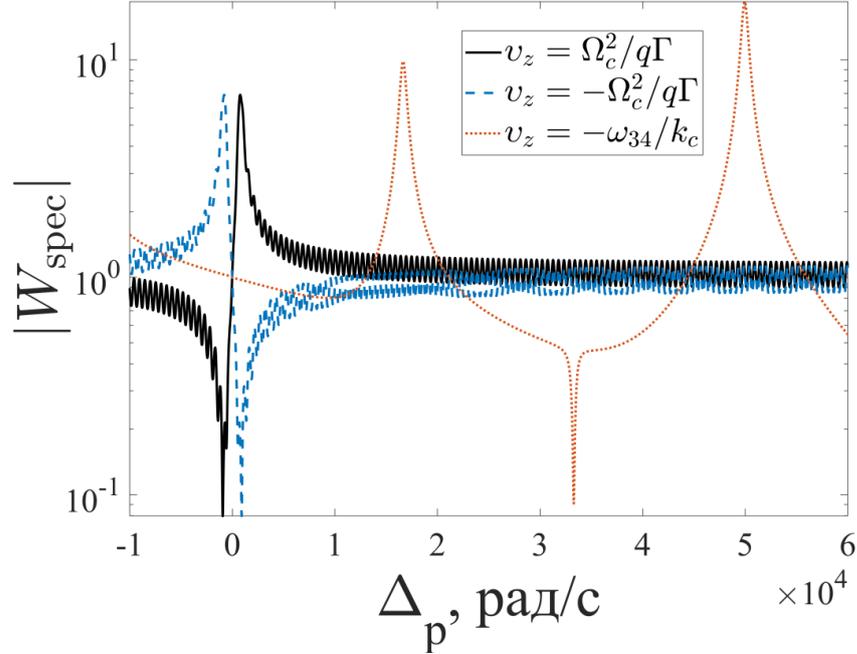


Рис. 4.2.2. Зависимость модуля функции  $w_{\text{spec}}$  от отстройки пробного поля  $\Delta_p$  при длине ячейки  $L = \lambda_{12}$  в полулогарифмическом масштабе по вертикальной оси для различных скоростей. Здесь и далее используются обозначения  $w(\pm\nu) = w^\pm(\nu)$ . Остальные параметры те же, что на рисунке 4.2.1.

Ясно, что при дальнейшем усреднении выражения (4.2) по скоростям наибольший вклад в основной резонанс прозрачности (вблизи нулевой отстройки) будут вносить атомы, движущиеся с такими скоростями, что доплеровский сдвиг темного резонанса не сильно превышает его ширину:  $|qv_z| \lesssim \Omega_c^2 / \Gamma$ . Кроме того, основной вклад в формирование дополнительных резонансов, находящихся на отстройках  $\Delta_{pn} = \pi n / k_p L$ , вносят скорости, при которых доплеровское смещение частоты связывающего поля близко к частоте расщепления возбужденного состояния:  $-k_c \nu_z = \omega_{34}$ . Этими двумя факторами обусловлен выбор скоростей на рисунке 4.2.2.

Как видно из рисунка 4.2.2, вблизи основного и дополнительных резонансов прозрачности абсолютное значение функции  $w_{\text{spec}}$  становится существенно отличным от единицы для скоростных групп атомов, вносящих наибольший вклад в соответствующие резонансы. Это означает, что для данных отстроек атомная когерентность при столкновениях со стенками теряет свою равновесность вследствие высокой роли переходных процессов. Этим объясняется отличие формы резонансов в ячейках с зеркально-когерентными покрытиями от соответствующих резонансов в безграничной среде.

Далее приведены спектральные зависимости контраста резонансов прозрачности при различных частотах Раби связывающего поля (рисунок 4.2.3)

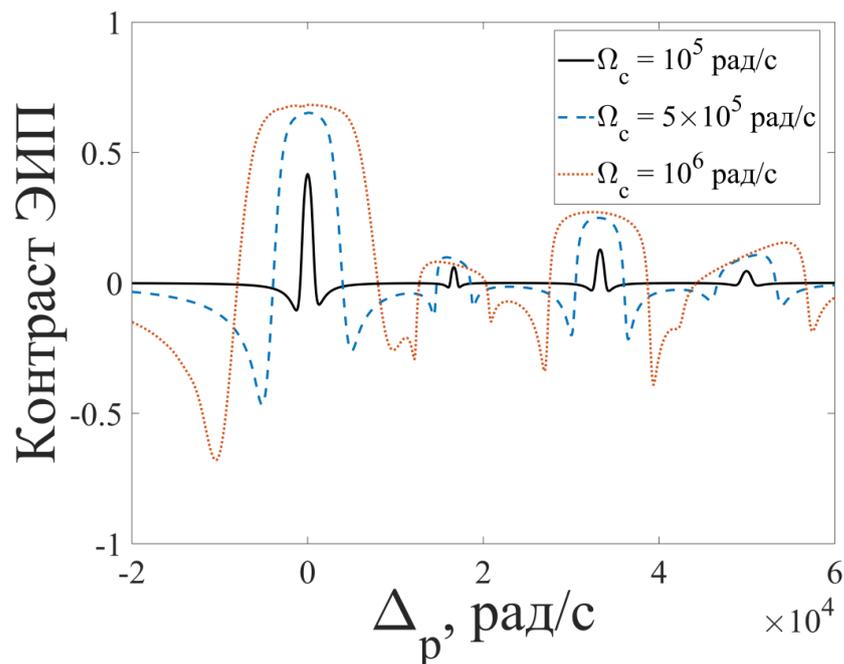


Рис. 4.2.3. Зависимость контраста резонансов прозрачности от отстройки пробного поля для зеркально-когерентного характера отражения атомов от стенок при различных частотах Раби связывающего поля. Все параметры те же, что на рисунке 4.2.1.

Из рисунка 4.2.3 видно, что при увеличении амплитуды связывающего поля ширины и амплитуды всех резонансов растут. При этом для достаточно больших  $\Omega_c$  резонансы начинают перекрываться, что приводит к значительному искажению их формы. Таким образом, наличие дополнительного возбужденного уровня не только приводит к появлению дополнительных пиков, но и сказывается на форме основного резонанса, при том тем сильнее, чем больше амплитуда связывающего поля.

Далее анализируется влияние четвертого уровня на пространственное распределение низкочастотной когерентности (рисунок 4.2.4).

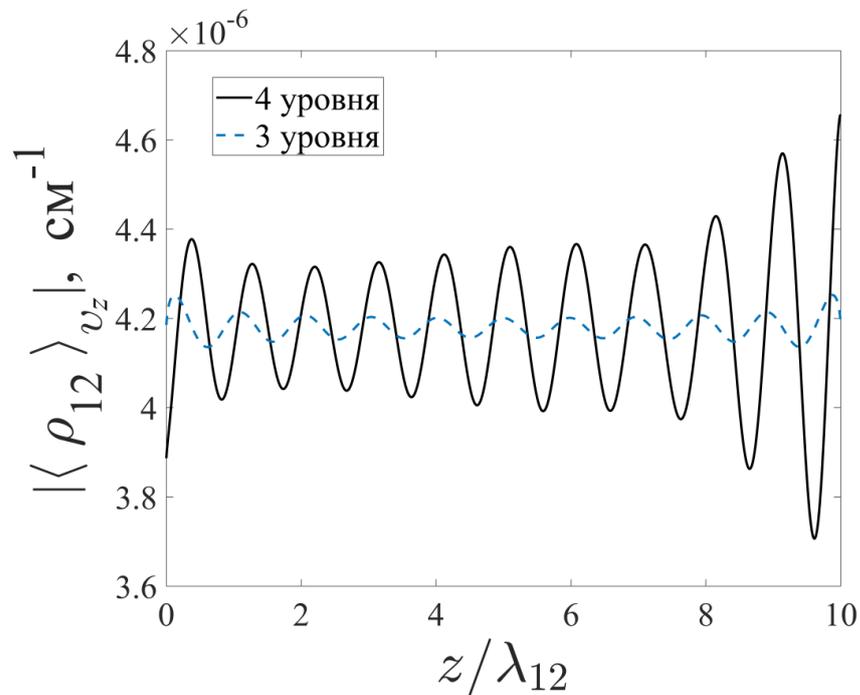


Рис. 4.2.4. Зависимость абсолютного значения усредненной по скоростям низкочастотной когерентности  $\rho_{12}$  от координаты  $z$  внутри ячейки в единицах длины волны расщепления основного состояния  $\lambda_{12}$  для зеркально-когерентного характера отражения атомов от стенок. Сплошная и пунктирная кривые рассчитаны на основе четырех- ( $p_1 = p_2 = 1$ ) и трехуровневых ( $p_1 = p_2 = 0$ ) уровневых моделей атома соответственно. Расчет проведен для отстройки  $\Delta_p = 0$ , длины ячейки  $L = 10\lambda_{12}$  и частоте Раби связывающего поля  $\Omega_c = 10^6$  рад/с. Остальные параметры те же, что на рисунке 4.2.1.

Рисунок 4.2.4 демонстрирует то, насколько сильно наличие четвертого уровня влияет на неоднородную структуру ЭИП для больших значений  $\Omega_c$ . Здесь видно, что помимо бóльшей амплитуды пространственных осцилляций низкочастотной когерентности четырехуровневость атомов приводит также к асимметричной относительно центра ячейки пространственной картине эффекта при  $\Delta_p = 0$ . Это объясняется тем, что вблизи стенки вклады налетающих и отраженных атомов в низкочастотную когерентность различны, поскольку при отражении происходит переходный процесс к новому равновесному состоянию. Налетающие и отраженные атомы испытывают доплеровские сдвиги частот внешнего излучения  $k_{c,p}v_z$ , которые имеют различные знаки на двух торцевых стенках ячейки, а значит либо захватывают, либо не захватывают четвертый уровень. Таким образом, переходный процесс после столкновений с первой и со второй торцевыми стенками ячейки происходит по-разному.

### 4.3. Модель диффузного отражения

В случае диффузного отражения атомов от стенок спектр поглощения определяется выражением (4.2), где выражение для константы  $W_{\text{diff}}$  дается формулой (1.2.13).

Далее приводятся зависимости абсолютного значения величины  $W_{\text{diff}}$  от длины ячейки и отстройки пробного поля для различных скоростей. Выбор скоростных групп сделан аналогично предыдущему разделу.

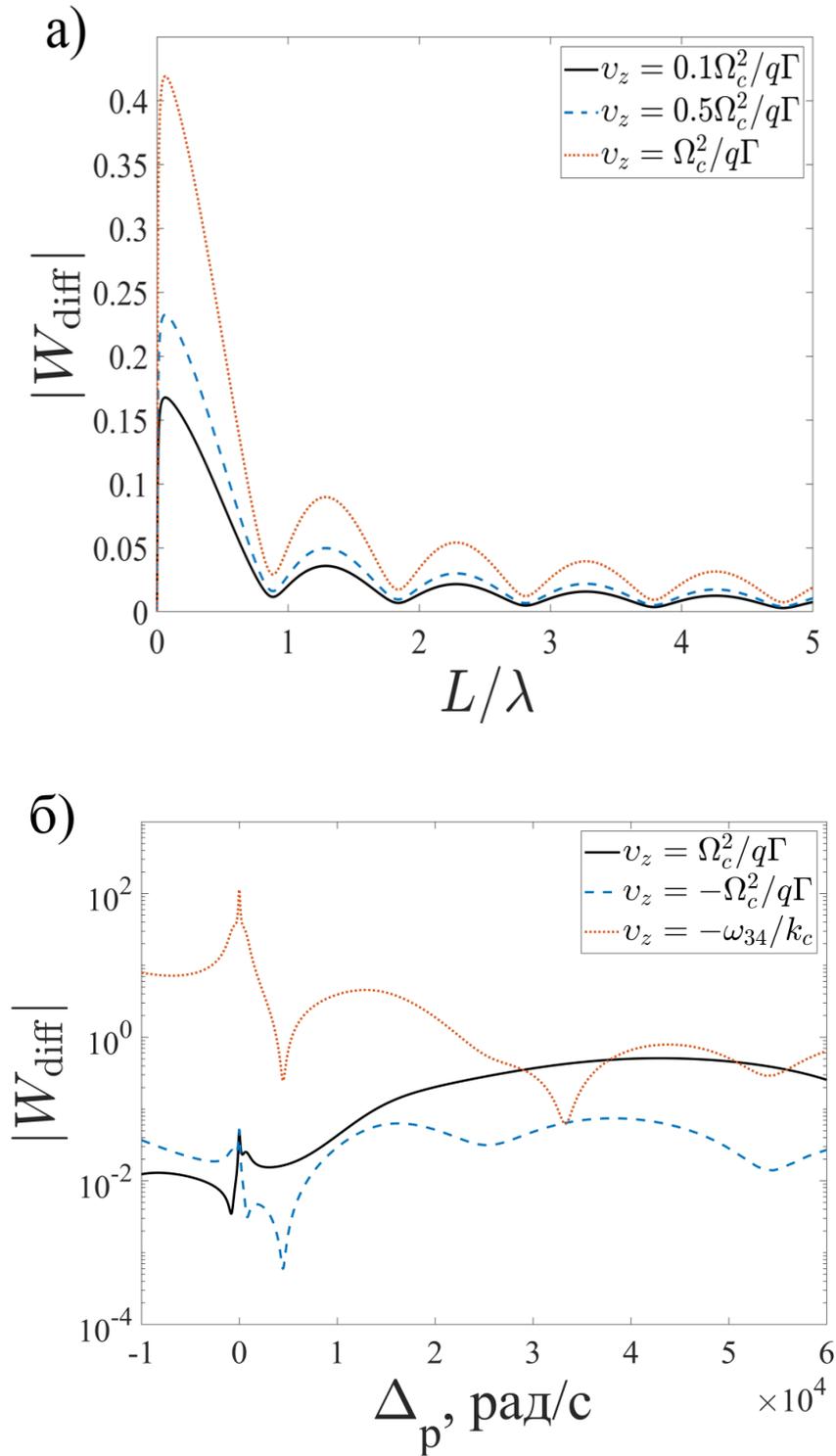


Рис. 4.3.1. Зависимость модуля величины  $w_{\text{diff}}$  от протяженности ячейки  $L$  в единицах длины волны расщепления основного состояния  $\lambda_{12}$  при фиксированной  $\Delta_p = 0$  (а), а также от отстройки пробного поля  $\Delta_p$  при фиксированном  $L = \lambda_{12}$  в полулогарифмическом масштабе по вертикальной оси (б) для различных проекций скорости  $v_z$  при температуре  $T = 50$  °С. Остальные параметры те же, что на рисунке 4.2.1.

Рисунок 4.3.1 (а) демонстрирует неочевидный результат. При определенных длинах ячейки близких к целому числу  $\lambda_{12}$  функция  $w_{\text{diff}}$  имеет минимумы, становясь много меньше единицы. Это в свою очередь означает, что в таких условиях низкочастотная когерентность практически полностью разрушается при столкновении со стенками. Таким образом, в ячейках данных длин атомы проявляют свойства зеркально-некогерентного отражения, и форму резонанса прозрачности можно с хорошей точностью описывать, используя результат п.2.1. Из рисунка 4.3.1(б) видно, что сказанное справедливо и для дополнительного резонанса, детектируемого при отстройке  $\Delta_p = -\omega_{34}q/k_c$ , где также имеет место минимум функции  $w_{\text{diff}}$ , который сохраняется и для больших ячеек вследствие убывающего с  $L$  характера функции  $w_{\text{diff}}$ .

Стоит отметить, что минимум, наблюдаемый для зеркально-когерентного отражения на рисунке 4.2.1, не приводит к аналогичным последствиям, так как его ширина много меньше ширины соответствующего резонанса.

Далее приведена зависимость, аналогичная рисунку 4.2.2 для диффузного типа отражения при большой длине ячейки  $L = 10\lambda_{12}$ , при которой становится заметным дополнительный резонанс.

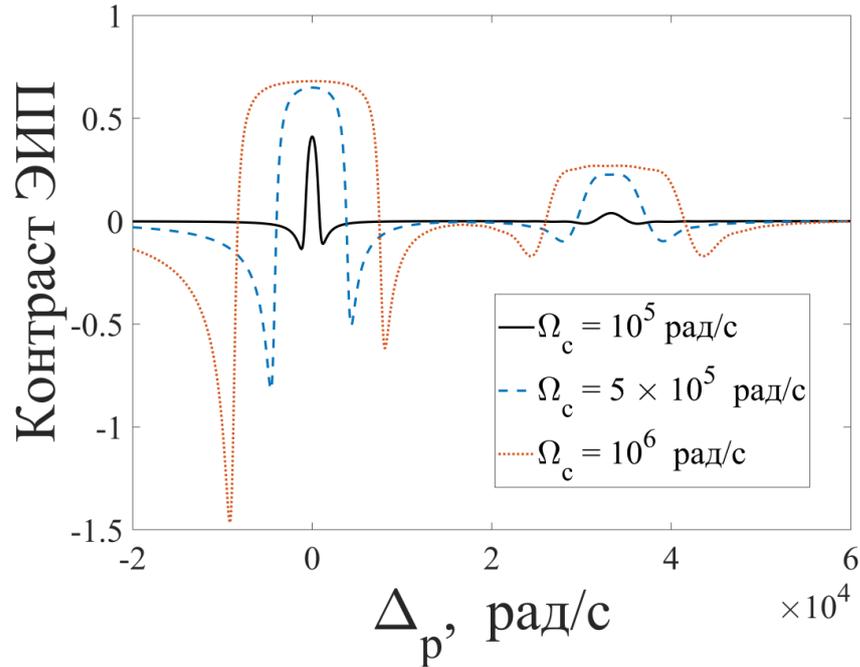


Рис. 4.3.2. Зависимость контраста резонансов прозрачности от отстройки пробного поля для ячейки длиной  $L=10\lambda_{12}$  и диффузного характера отражения атомов от стенок при различных частотах Раби связывающего поля. Остальные параметры те же, что на рисунке 4.2.1.

Так как основной и дополнительный резонансы в этом случае отстоят на бóльшую величину, чем в случае зеркально-когерентного отражения, эффект перекрытия резонансов, наблюдавшийся на рисунке 4.2.3, сказывается слабее. Однако асимметричность основного резонанса заметно увеличивается с ростом  $\Omega_c$ , что является следствием присутствия дополнительного резонанса, а, значит, наличия четвертого уровня [A5, A15].

#### 4.4. Сравнение зеркально-когерентной и диффузной моделей

В данном разделе приводится сравнение аналитических результатов, полученных для зеркально-когерентного и диффузного характеров отражения атомов от стенок. При этом для простоты рассматривается только трехуровневая схема возбуждения, пренебрегая наличием дополнительного возбужденного состояния.

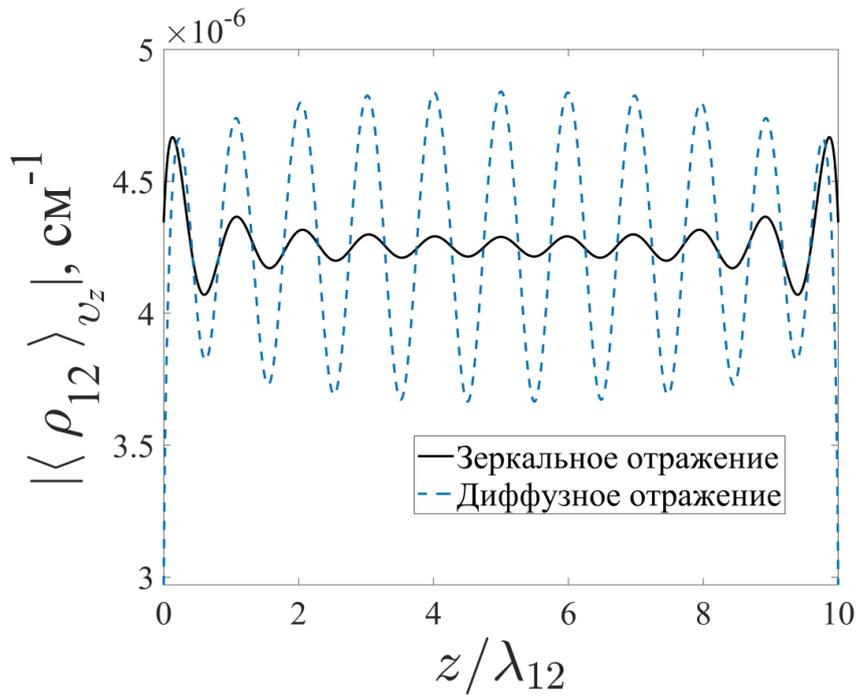


Рис. 4.4.1. Зависимость абсолютного значения усредненной по скоростям низкочастотной когерентности  $\rho_{12}$  от координаты  $z$  внутри ячейки трехуровневых атомов в единицах длины волны  $\lambda_{12}$ , соответствующей расщеплению основного состояния, для зеркально-когерентного и диффузного характеров отражения атомов от стенок. Расчет проведен для температуры  $T = 50$  °С, отстройки  $\Delta_p = 0$  и длины ячейки  $L = 10\lambda_{12}$ . Остальные параметры те же, что указаны на рисунке 4.2.1.

Рисунок 4.4.1 демонстрирует квазипериодическую зависимость абсолютного значения низкочастотной когерентности от координаты внутри ячейки с периодом, равным  $\lambda_{12}$ . Возникающие осцилляции не затухают даже на большем по сравнению с  $\lambda_{12}$  расстоянии вследствие длительного времени жизни  $\rho_{12}$ . Таким образом, резонанс прозрачности будет претерпевать различные неоднородные искажения внутри ячейки. Видно, что в случае зеркально-когерентного отражения такая неоднородность имеет более слабый характер, чем для диффузного отражения. Стоит отметить, что симметрия, присущая рисунку 4.4.1, имеет место только при нулевом значении  $\Delta_p$ .

Из рисунка 4.4.2 видно, что ширина и амплитуда резонанса ЭИП растут вместе с амплитудой связывающего поля и в модели диффузного, и в модели зеркально-когерентного отражений. Возникающие максимумы на крыльях резонансов прозрачности являются следствиями вкладов в коэффициент поглощения резонансов одетых состояний, которые обсуждались в разделе 4.1. Для ячеек длиной порядка  $\lambda_{12}$  (рисунок 4.4.2(а)) формы резонансов при зеркально-когерентном и диффузном отражениях слабо отличаются. Это объясняется тем, что осцилляции, наблюдаемые на рисунке 4.4.1, усредняются по ячейке, и вклад в общий коэффициент поглощения вносит только среднее значение  $\rho_{12}$ , которое одинаково для обоих характеров отражения. В малых же по сравнению с  $\lambda_{12}$  ячейках (рисунок 4.4.2(б)) отличие между диффузным и зеркально-когерентным отражениями сказывается значительно сильнее, поскольку низкочастотная когерентность не успевает совершить полный период осцилляций за время пролета атома между стенками и усреднение по ячейке приводит к различным средним  $\rho_{12}$ . В таком случае резонанс прозрачности демонстрирует двойную структуру, испытывая дополнительное сужение в центральной области вследствие эффекта Дике [Аб].

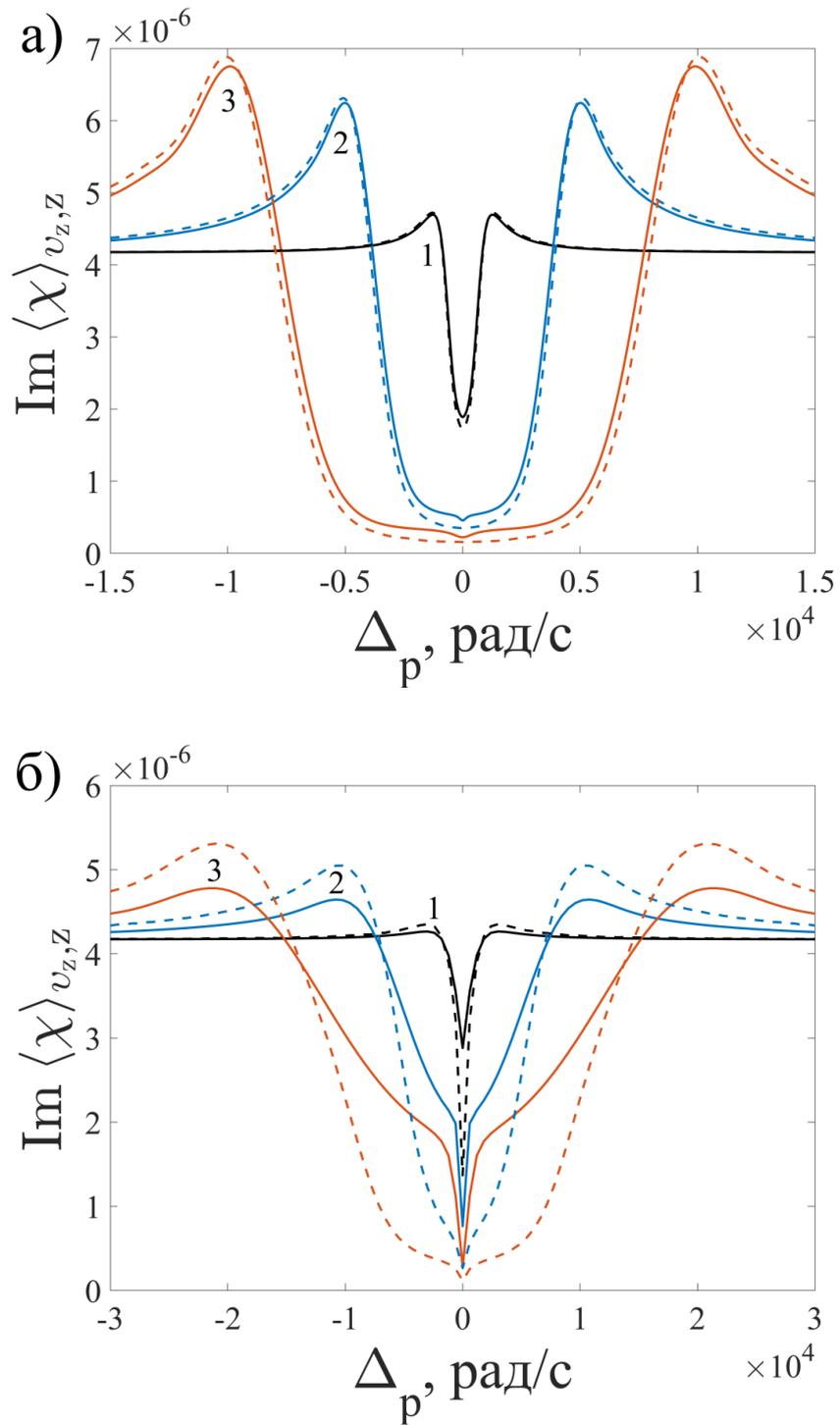


Рис. 4.4.1. Спектры поглощения пробного излучения для случаев диффузного (сплошные кривые) и зеркально-когерентного (пунктирные кривые) характеров отражения атомов от стенок в произвольных единицах при различных  $\Omega_c$ : кривые 1 —  $\Omega_c = 10^5$  рад/с, 2 —  $\Omega_c = 5 \cdot 10^5$  рад/с, 3 —  $\Omega_c = 10^6$  рад/с. Расчет проведен для температуры  $T = 50$  °С. Длины ячейки:  $L = \lambda_{12}$  (а) и  $L = 0.1\lambda_{12}$  (б). Остальные параметры те же, что на рисунке 4.2.1.

## 4.5. Сравнение с экспериментом

В данном разделе выполняется сравнение предсказаний теории, приведенной в разделе 1.2, с экспериментальными данными. На рисунке 4.5.1 представлена форма резонанса ЭИП, полученная экспериментально в работе [138]. В данном эксперименте резонанс ЭИП возбуждался в D2-линии атомов  $^{87}\text{Rb}$ , помещенных в ячейку без буферного газа с OTS-покрытием стенок. Резонанс возбуждался на переходах  $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$  и  $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ . При этом газовая ячейка помещалась в поперечное лазерному лучу магнитное поле  $B = 30$  Гс.

Согласно исследованиям [32, 33] время адсорбции атомов на OTS-покрытиях в несколько раз меньше, чем на стандартных парафиновых покрытиях. Из рассмотренных в настоящей работе моделей такую ситуацию лучше описывает модель зеркально-когерентного отражения, которая была использована для получения зависимости представленной пунктирной кривой на рисунке 4.5.1. Видно, что учет невырожденности возбужденного состояния позволяет в рамках данной модели воспроизвести ассиметричную форму резонанса ЭИП. Отличие полученной формы правого крыла резонанса на рисунке 4.5.1 от экспериментальной предположительно связано с влиянием соседних резонансов на других магнитных подуровнях основного состояния, наличие которых не учтено в данной модели.

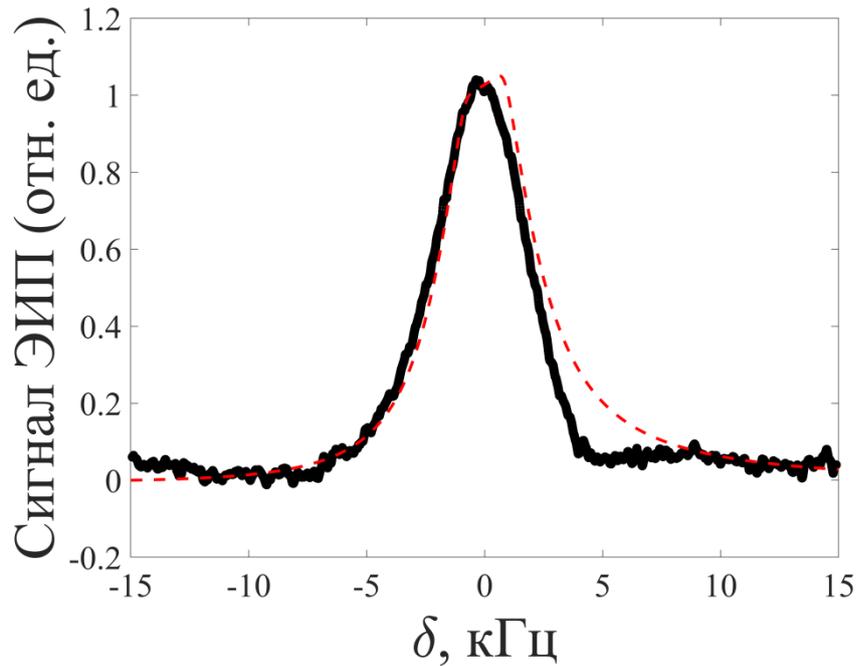


Рис. 4.5.1. Экспериментальная (сплошная кривая) [138] и теоретическая (пунктирная кривая) зависимости сигнала ЭИП от двухфотонной отстройки. Параметры расчета:  $L = 4.5$  см,  $\Gamma_{12} = 10$  Гц,  $\omega_{34} = 40$  МГц,  $T = 50$  °С. Параметры атома  $^{87}\text{Rb}$  заимствованы из работы [120].

#### 4.6. Выводы к главе 4

1. Получены спектры поглощения среды движущихся атомов в газовой ячейке с антирелаксационными покрытиями стенок в условиях резонанса ЭИП при различных параметрах лазерной накачки и атомной среды.
2. Проанализированы зависимости формы резонансов прозрачности от характера столкновения атомов с торцевыми стенками ячейки, длины ячейки, амплитуды связывающего поля.
3. На основе предельного случая безграничной среды предложено физическое обоснование различия стоксова и антистоксова каналов рассеяния пробного излучения в терминах «одетых» состояний.

4. Показаны возможности возникновения дополнительных резонансов в спектре поглощения пробного излучения вследствие движения атомов внутри ячейки.
5. Выявлено, что при малых длинах газовой ячейки по сравнению с длиной волны сверхтонкого расщепления основного состояния атомов появляются различия в дуальной форме резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности между зеркально-когерентным и диффузным типами отражения атомов от торцевых стенок.
6. Выполнено сравнение результатов, полученных на основе рассматриваемой математической модели, с экспериментальными данными. Продемонстрировано наличие качественного согласия результатов.

# Заключение

В результате проведённой работы получены следующие результаты:

1. Построены математические модели возникновения темных резонансов в средах, имеющих ненулевую температуру, ненулевую оптическую плотность, конечные размеры в продольном лазерном лучу направлении, а также разрешенную магнитную структуру уровней.
2. Получены уравнения, описывающие эволюцию состояния рассматриваемых атомных сред, и уравнения переноса бихроматического излучения сквозь них.
3. Проведен расчет линий резонансов когерентного пленения населенностей, детектируемых методом импульсного возбуждения, и резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности, детектируемых непрерывным излучением, при различных параметрах лазерной накачки и атомной среды.
4. Показано существование определенной разности фаз между опрашивающими лазерными полями, при которой сдвиг центрального резонанса Рэмси не зависит от длины ячейки в случае оптически плотной среды неподвижных атомов.
5. Показано, что при определенных условиях различные каналы импульсного возбуждения резонансов когерентного пленения населенностей способны интерферировать, что проявляется как немонотонное изменение амплитуд резонансов при увеличении величины приложенного магнитного поля или параметра эллиптичности.
6. Предложено физическое обоснование различия стоксова и антистоксова каналов рассеяния пробного излучения при

детектировании резонансов электромагнитно-индуцированной прозрачности

7. Показано, что при наблюдении эффекта электромагнитно-индуцированной прозрачности в ячейках конечных продольных размеров без буферного газа в спектре поглощения пробного излучения могут возникать дополнительные резонансы прозрачности.

8. Обнаружено, что в случае, если длина ячейки больше или порядка длины волны расщепления основного состояния атомов, то исчезают различия в форме резонансов при изменении типа отражения от антирелаксационных покрытий торцевых стенок.

Математические модели, построенные и изученные в данном диссертационном исследовании, обобщают существующие теоретические подходы к описанию формирования темных резонансов и позволяют более корректно описывать процессы, происходящие при экспериментальном наблюдении резонансов КПН и ЭИП. На основе данных моделей в работе предсказывается ряд новых эффектов, имеющих интерес для практических приложений. В частности, предложены методы снижения чувствительности световых сдвигов резонансов КПН к изменениям температуры атомной среды и эллиптичности лазерного излучения, что может найти потенциальные применения в задачах улучшения стабильности квантовых стандартов частоты. Обнаруженные физические особенности возбуждения резонансов ЭИП в газовых ячейках без буферного газа с антирелаксационными покрытиями стенок имеют существенное значение для описания работы соответствующих устройств оптической квантовой памяти.

**Основные результаты работы изложены в следующих публикациях.**

Статьи в рецензируемых журналах:

- A1. Волошин, Г.В. Влияние сверхтонкой структуры возбужденного уровня на форму резонанса когерентного пленения населенностей при рамсеевской схеме опроса в оптически плотной среде / Г.В. Волошин, К.А. Баранцев, Е.Н. Попов, А.Н. Литвинов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2019. — Т. 156. — № 1 (7). — С. 5-13.
- A2. Волошин, Г.В. Влияние столкновений на форму резонанса когерентного пленения населенностей, детектируемого методом Рэмси / Г.В. Волошин, К.А. Баранцев, А.Н. Литвинов // Квантовая электроника. — 2020. — Т. 50. — № 11. — С. 1023-1028.
- A3. Волошин, Г.В. Форма линии и световой сдвиг резонанса когерентного пленения населенностей, детектируемого методом Рэмси в "горячих" атомах в оптически плотной среде / Г.В. Волошин, К.А. Баранцев, А.Н. Литвинов // Квантовая электроника. — 2022. — Т. 52. — № 2. — С. 108-115.
- A4. Волошин, Г.В. Влияние качества антирелаксационного покрытия на характер эффекта электромагнитно-индуцированной прозрачности в газовых ячейках / Г.В. Волошин, М. Хуэй, А.С. Курапцев, И.М. Соколов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2022. — Т. 162. — № 3. — С. 313-321.
- A5. Волошин, Г.В. Влияние столкновений на характер эффекта электромагнитно-индуцированной прозрачности в ячейках конечных размеров с антирелаксационным покрытием стенок / Г.В. Волошин // Оптика и спектроскопия. — 2023. — Т. 131. — № 1. — С. 49-57.
- A6. Волошин, Г.В. Электромагнитно-индуцированная прозрачность в ячейках конечных размеров с антирелаксационным покрытием стенок /

Г.В. Волошин // Оптика и спектроскопия. 2023. — Т. 131. — № 5. — С. 575-582.

A7. Баранцев, К.А. Форма спектра и световой сдвиг резонанса когерентного пленения населенностей в ячейках с антирелаксационным покрытием стенок в моделях зеркального и диффузного отражения / К.А. Баранцев, Г.В. Волошин, А.С. Курапцев, А.Н. Литвинов, И.М. Соколов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2023. — Т. 163. — № 2. — С. 162-171.

A8. Волошин, Г.В. Эффекты интерференции различных каналов импульсного возбуждения резонансов когерентного пленения населенностей в ячейках с парами щелочного металла и буферным газом / Г.В. Волошин, К.А. Баранцев, А.Н. Литвинов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2024. — Т. 165. — № 5. — С. 1-11.

Публикации в сборниках трудов конференций:

A9. Voloshin, G.V. Compensation of the light shifts of the resonance of the coherent population trapping under the ramsey response scheme in an optically dense medium / G.V. Voloshin, K.A. Barantsev, E.N. Popov, A.N. Litvinov // В книге: MODERN PROBLEMS OF LASER PHYSICS. The VIII International Symposium MPLP-2018. — 2018. — С. 156.

A10. Баранцев, К.А. Влияние оптически плотной среды на форму резонанса когерентного пленения населенностей, детектируемого методом Рэмси / К.А. Баранцев, Г.В. Волошин, А.Н. Литвинов, Е.Н. Попов, А.С. Курапцев // В книге: XVI Международная молодежная конференция по люминесценции и лазерной физике, посвященная 100-летию Иркутского государственного университета. Тезисы лекций и докладов. — 2018. — С. 27-28.

A11. Barantsev, K.A. Ramsey signal of coherent population trapping resonance in optically dense atomic cloud / K.A. Barantsev, A.N. Litvinov,

- G.V. Voloshin, E.N. Popov // В сборнике: Proceedings - International Conference Laser Optics 2018, ICLO 2018. — 2018. — С. 369.
- A12. Волошин, Г.В. Влияние температуры на форму рамсеевского резонанса когерентного пленения населенностей / Г.В. Волошин, К.А. Баранцев, А.Н. Литвинов // В книге: Материалы Юбилейной международной молодежной конференции по люминесценции и лазерной физике, посвященной 50-летию первой школы по люминесценции в Иркутске. — 2019. — С. 22-23.
- A13. Волошин, Г.В. Влияние температуры на форму и сдвиги резонансов когерентного пленения населенности, детектируемых методом Рэмси, в оптически плотной среде / Г.В. Волошин, А.Н. Литвинов, К.А. Баранцев // В книге: Материалы XVIII молодежной конференции с международным участием по люминесценции и лазерной физике. — Иркутск, 2021. — С. 35.
- A14. Voloshin, G.V. Optical properties of optically dense medium of alkali atoms having a nonzero temperature under conditions of coherent population trapping resonance detected by the ramsey method / G.V. Voloshin, A.N. Litvinov, K.A. Barantsev, A.S. Kuraptsev // 2022 International Conference Laser Optics (ICLO). — IEEE, 2022. — С. 1-1
- A15. Волошин, Г.В. Влияние столкновений на характер эффекта электромагнитно-индуцированной прозрачности в ячейках конечных продольных размеров с антирелаксационными покрытиями стенок / Волошин Г.В., Хуэй М., Соколов И.М., Курапцев А.С. // В книге: Материалы XIX Международной молодежной конференции по люминесценции и лазерной физике. — Иркутск, 2023. — С. 55.

# Приложения

## А. Физические свойства атома $^{87}\text{Rb}$

$^{87}\text{Rb}$  является радиоактивным изотопом щелочного металла рубидия с периодом полураспада  $4.8 \cdot 10^{10}$  лет. В таблице 1 приведены некоторые физические характеристики атома  $^{87}\text{Rb}$ , используемые в данной диссертации, их обозначения и численные значения.

Атомный номер	$Z$	37
Число нуклонов	$Z+N$	87
Атомная масса	$m_a$	$1.443\ 160\ 60 \cdot 10^{-22}$ Г
Радиус атома	$r_a$	$248 \cdot 10^{-10}$ см
Спин ядра	$I_N$	3/2
Длина волны $D_1$ -линии	$\lambda_{D_1}$	794.978 851 156(23) нм
Скорость распада состояния $^2P_{1/2}$	$\gamma_{D_1}$	$3.612\ 9(35) \cdot 10^7$ с $^{-1}$
Частота сверхтонкого расщепления состояния $^2S_{1/2}$	$\omega_{S_{1/2}}^{\text{hfs}}$	6.834 682 610 904 29 ГГц
Частота сверхтонкого расщепления состояния $^2P_{1/2}$	$\omega_{P_{1/2}}^{\text{hfs}}$	816.656 МГц
Ядерный фактор Ланде	$g_I$	1.8276
Магнито-дипольная константа, $^2S_{1/2}$	$A_{S_{1/2}}$	$h \cdot 3.417341305$ ГГц
Магнито-дипольная константа, $^2P_{1/2}$	$A_{P_{1/2}}$	$h \cdot 407.25(63)$ МГц

Таблица 1. Физические характеристики атома  $^{87}\text{Rb}$ . Данные заимствованы из работы [120].

Схема нижних энергетических уровней атома  $^{87}\text{Rb}$  приведена на рисунке П1.

Частотные сдвиги уровней атома с моментом электронной оболочки  $J = 1/2$ , возникающие под действием сверхтонкого и магнитного расщеплений, можно вычислить, используя формулу Брейта-Раби [119]:

$$\Delta_{|J=1/2, I, F=J \pm I, m\rangle} = -\frac{\omega_{\text{hfs}}}{2(2I+1)} - g_I \mu_N m B \pm \frac{\omega_{\text{hfs}}}{2} \left( 1 + \frac{4mx}{2I+1} + x^2 \right)^{1/2}, \quad (\text{П.1})$$

где

$$x = \frac{g_J \mu_B + g_I \mu_N}{\hbar \omega_{\text{hfs}}} B.$$

Здесь  $\omega_{\text{hfs}}$  — частота сверхтонкого расщепления соответствующего уровня,  $\mu_B$  — магнетон Бора,  $\mu_N$  — ядерный магнетон,  $m = -F, \dots, F$  — проекция полного момента,

$$g_J \approx 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

— фактор Ланде электронной оболочки,  $L$  — орбитальный момент электронной оболочки,  $S$  — спин электрона.

Раскладывая (П.1) в ряд Тейлора по малости  $B$  с точностью до квадратичных членов включительно, получаются следующие выражения отдельно для магнитных сдвигов уровней:

$$\begin{aligned} \Delta_{|J=1/2, I, F=J \pm I, m\rangle}^{\text{mag}} = & -g_I \mu_N m B \pm \frac{m(g_J \mu_B + g_I \mu_N)}{2I+1} B \\ & \pm \frac{(g_J \mu_B + g_I \mu_N)^2}{2\hbar \omega_{\text{hfs}}} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \left( \frac{4m}{2I+1} \right)^2 \right) B^2. \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Частоты сверхтонких сдвигов уровней можно вычислить с точностью до магнито-дипольного вклада для состояний  $^2S_{1/2}$  и  $^2P_{1/2}$  по следующей формуле [120]:

$$\Delta_{|J=1/2, I, F=J \pm I\rangle}^{\text{hfs}} = \frac{1}{2} A_{S(P)_{1/2}} (F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)). \quad (\text{П.3})$$

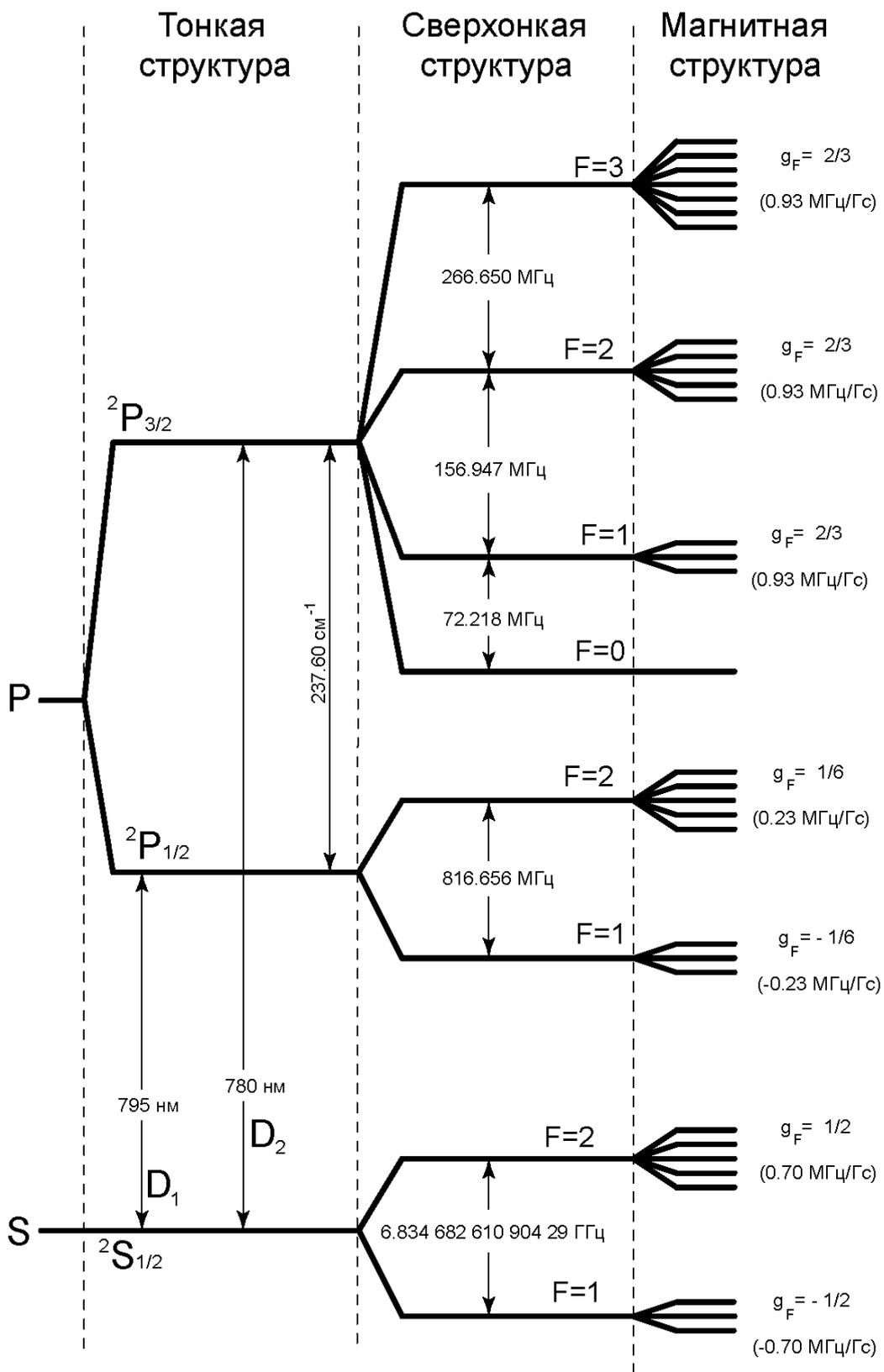


Рис. П1. Схема нижних энергетических уровней атома  $^{87}\text{Rb}$ . Данные заимствованы из работы [120].

## Список литературы

1. Раутиан, С. Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул / С. Раутиан, Г. Смирнов, А. Шалагин — Новосибирск: Наука, 1970. — 402 с.
2. Alzetta, G. An experimental method for the observation of r.f. transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour / G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols // *Il Nuovo Cimento B* (1971–1996). — 1976. — Т. 36, № 1. — С. 5–20.
3. Arimondo, E. Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping / E. Arimondo, G. Orriols // *Lettere al Nuovo Cimento* (1971–1985). — 1976. — Т. 17, № 10. — С. 333–338.
4. Gray, H. R. Coherent trapping of atomic populations / H. R. Gray, R. M. Whitley, C. R. Stroud // *Optics Letters*. — 1978. — Т. 3, № 6. — С. 218–220.
5. Агапьев, Б. Д. Когерентное пленение населенностей в квантовых системах / Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский // *Успехи физических наук*. — 1993. — Т. 163, № 9. — С. 1–36.
6. Knappe, S. Simple parameterization of dark-resonance line shapes / S. Knappe, M. Stähler, C. Affolderbach, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, R. Wynands // *Applied Physics B*. — 2003. — Т. 76. — С. 57–63.
7. Hemmer, P. R. Stabilization of a microwave oscillator using a resonance Raman transition in a sodium beam / P. R. Hemmer, S. Ezekiel, C. C. Leiby // *Optics Letters*. — 1983. — Т. 8, № 8. — С. 440–442.
8. Vanier, J. Atomic clocks based on coherent population trapping: a review / J. Vanier // *Applied Physics B*. — 2005. — Т. 81, № 4. — С. 421–442.

9. Scully, M. O. Fleischhauer M. High-sensitivity magnetometer based on index-enhanced media / M. O. Scully, M. Fleischhauer // Physical review letters. — 1992. — Т. 69. — №. 9. — С. 1360.
10. Stähler, M. Coherent population trapping resonances in thermal 85Rb vapor: D1 versus D2 line excitation / M. Stähler, R. Wynands, S. Knappe, J. Kitching, L. Hollberg, A. Taichenachev, V. Yudin // Optics Letters. — 2002. — Т. 27, № 16. — С. 1472–1474.
11. Schwindt, P. D. Chip-scale atomic magnetometer / P. D. Schwindt, S. Knappe, V. Shah, L. Hollberg, J. Kitching, L.-A. Liew, J. Moreland // Applied Physics Letters. — 2004. — Т. 85, № 26. — С. 6409–6411.
12. Yashchuk, V. Hyperpolarized xenon nuclear spins detected by optical atomic magnetometry / V. Yashchuk, J. Granwehr, D. Kimball, S. Rochester, A. Trabesinger, J. Urban, D. Budker, A. Pines // Physical review letters. — 2004. — Т. 93, № 16. — С. 160801.
13. Кочаровская, О. А. Когерентное усиление ультракороткого импульса в трехуровневой среде без инверсии населенностей / О. А. Кочаровская, Я. И. Ханин // Письма в ЖЭТФ. — 1988. — Т. 48, № 11. — С. 581–584.
14. Harris, S. E. Lasers without inversion: Interference of lifetime-broadened resonances / S. E. Harris // Physical review letters. — 1989. — Т. 62, № 9. — С. 1033.
15. Imamoğlu, A. Lasers without inversion: interference of dressed lifetime-broadened states / A. Imamoğlu, S. E. Harris // Optics letters. — 1989. — Т. 14, № 24. — С. 1344–1346.
16. Kocharovskaya, O. Amplification without inversion: The double- $\Lambda$  scheme / O. Kocharovskaya, P. Mandel // Physical Review A. — 1990. — Т. 42, № 1. — С. 523.
17. Hioe, F. T. Coherent population trapping in N-level quantum systems / F. T. Hioe, C. E. Carroll // Physical Review A. — 1988. — Т. 37. — № 8. — С. 3000.

18. Taichenachev, A. V. Coherent population trapping in quantized light field / A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin // *Europhysics Letters*. — 2005. — Т. 72. — №. 4. — С. 562.
19. Горный, М. Б. Когерентное пленение населенностей в оптически плотной среде / М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 1989. — Т. 95. — С. 1263.
20. Dalton, B. The effects of laser field fluctuations on coherent population trapping / B. Dalton, P. Knight // *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics*. — 1982. — Т. 15, № 21. — С. 3997.
21. Мазец, И. Е. Когерентное пленение населенностей в поле монохроматического лазерного излучения / И. Е. Мазец, Б. Г. Матисов // *ЖЭТФ*. — 1992. — Т. 101, № 1. — С. 26.
22. Dalton, B. Coherent population trapping / B. Dalton, R. McDuff, P. Knight // *Optica Acta: International Journal of Optics*. — 1985. — Т. 32, № 1. — С. 61–70.
23. Dalton, B. Population trapping and ultranarrow Raman lineshapes induced by phase-fluctuating fields / B. J. Dalton, P. Knight // *Optics Communications*. — 1982. — Т. 42, № 6. — С. 411–416.
24. Попов, А. К. Введение в нелинейную спектроскопию / А. К. Попов; отв. ред. С. Г. Раутиан. — Новосибирск: Наука: Сибир. отд-ние, 1983. — 274 с.
25. Тайченачев, А. В. О влиянии движения атомов на форму двухфотонного резонанса в газе / А. В. Тайченачев, А. М. Тумаикин, В. И. Юдин // *Письма в ЖЭТФ*. — 2000. — Т. 72, № 3. — С. 173.
26. Aspect, A. Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping / A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser и др. // *Physical Review Letters*. — 1988. — Т. 61, № 7. — С. 826.

27. Diedrich, F. Laser cooling to the zero-point energy of motion / F. Diedrich, J. Bergquist, W. M. Itano, D. Wineland // Physical review letters. — 1989 — T. 62, № 4. — C. 403.
28. Kasevich, M. Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms / M. Kasevich, S. Chu // Physical review letters. — 1992. — T. 69, № 12. — C. 1741.
29. Monroe, C. Resolved-sideband Raman cooling of a bound atom to the 3D zero-point energy / C. Monroe, D. Meekhof, B. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano, D. J. Wineland, P. Gould // Physical review letters. — 1995. — T. 75, № 22. — C. 4011.
30. Hamann, S. Resolved-sideband Raman cooling to the ground state of an optical lattice / S. Hamann, D. Haycock, G. Klose, P. Pax, I. Deutsch, P. S. Jessen // Physical Review Letters. — 1998. — T. 80, № 19. — C. 4149.
31. Graf, M. T. Relaxation of atomic polarization in paraffin-coated cesium vapor cells / M. T. Graf, D. F. Kimball, S. M. Rochester, K. Kerner, C. Wong, D. Budker, E. Alexandrov, M. Balabas, V. Yashchuk // Physical Review A. — 2005. — T. 72, № 2. — C. 023401.
32. Hafiz, M. A. Characterization of Cs vapor cell coated with octadecyltrichlorosilane using coherent population trapping spectroscopy / M. A. Hafiz, V. Maurice, R. Chutani, N. Passilly, C. Gorecki, S. Guérandel, E. de Clercq, R. Boudot // Journal of Applied Physics. — 2015. — T. 117, № 18.
33. Chi, H. Advances in anti-relaxation coatings of alkali-metal vapor cells / H. Chi, W. Quan, J. Zhang, L. Zhao, J. Fang // Applied Surface Science. — 2020. — T. 501. — C. 143897.
34. Агапьев, Б. Д. Особенности радиооптического резонанса в ячейках с покрытием / Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов // Журнал технической физики. — 1988. — Т. 58, № 12. — С. 2286–2292.

35. Budker, D. Nonlinear magneto-optic effects with ultranarrow widths / D. Budker, V. Yashchuk, M. Zolotarev // *Physical review letters*. — 1998. — Т. 81, № 26. — С. 5788.
36. Budker, D. Microwave transitions and nonlinear magneto-optical rotation in anti-relaxation-coated cells / D. Budker, L. Hollberg, D. F. Kimball, J. Kitching, S. Pustelny, V. V. Yashchuk // *Physical Review A*. — 2005. — Т. 71, № 1. — С. 012903.
37. Budker, D. Optical magnetometry / D. Budker, M. Romalis // *Nature physics*. — 2007. — Т. 3, № 4. — С. 227–234.
38. Александров, Е. Б. Современные радиооптические методы квантовой магнитометрии / Е. Б. Александров, А. К. Вершовский // *Успехи физических наук*. — 2009. — Т. 179, № 6. — С. 605–637.
39. Balabas, M. High quality anti-relaxation coating material for alkali atom vapor cells / M. Balabas, K. Jensen, W. Wasilewski, H. Krauter, L. Madsen, J. Müller, T. Fernholz, E. Polzik // *Optics express*. — 2010. — Т. 18, № 6. — С. 5825–5830.
40. Balabas, M. Polarized alkali-metal vapor with minute-long transverse spin-relaxation time / M. Balabas, T. Karaulanov, M. Ledbetter, D. Budker // *Physical review letters*. — 2010. — Т. 105, № 7. — С. 070801.
41. Breschi, E. Light effects in the atomic-motion-induced Ramsey narrowing of dark resonances in wall-coated cells / E. Breschi, G. Kazakov, C. Schori, G. Di Domenico, G. Mileti, A. Litvinov, B. Matisov // *Physical Review A*. — 2010. — Т. 82, № 6. — С. 063810.
42. Nasyrov, K. Antirelaxation coatings in coherent spectroscopy: Theoretical investigation and experimental test / K. Nasyrov, S. Gozzini, A. Lucchesini, C. Marinelli, S. Gateva, S. Cartaleva, L. Marmugi // *Physical Review A*. — 2015. — Т. 92, № 4. — С. 043803.
43. Barantsev, K. Coherent population trapping in optically thin  $^{133}\text{Cs}$  atomic vapor in a finite-size cell / K. Barantsev, S. Bozhokin,

- A. Kuraptsev, A. Litvinov, I. Sokolov // *JOSA B*. — 2021. — T. 38, № 5. — C. 1613–1624.
44. Seltzer, S. High-temperature alkali vapor cells with antirelaxation surface coatings / S. Seltzer, M. Romalis // *Journal of Applied Physics*. — 2009. — T. 106, № 11.
45. Krasteva, A. Features of the  $^{85}\text{Rb}$  spectrum in a cell with an antirelaxation coating / A. Krasteva, R. Nasyrov, N. Petrov, S. Gateva, S. Cartaleva, K. Nasyrov // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. — 2018. — T. 54. — C. 307–313.
46. Li, W. Characterization of high-temperature performance of cesium vapor cells with anti-relaxation coating / W. Li, M. Balabas, X. Peng, S. Pustelny, A. Wickenbrock, H. Guo, D. Budker // *Journal of Applied Physics*. — 2017. — T. 121, № 6.
47. Kazakov, G. Influence of the atomic-wall collision elasticity on the coherent population trapping resonance shape / G. Kazakov, A. Litvinov, B. Matisov, V. Romanenko, L. Yatsenko, A. Romanenko // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 2011. — T. 44, № 23. — C. 235401.
48. Klein, M. Electromagnetically induced transparency in paraffin-coated vapor cells / M. Klein, M. Hohensee, D. Phillips, R. Walsworth // *Physical Review A*. — 2011. — T. 83, № 1. — C. 013826.
49. Litvinov, A. Double radio-optical resonance in  $^{87}\text{Rb}$  atomic vapour in a finite-size bufferless cell / A. Litvinov, G. Kazakov, B. Matisov, I. Mazets // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 2008. — T. 41, № 12. — C. 125401.
50. Knappe, S. Double-resonance lineshapes in a cell with wall coating and buffer gas / S. Knappe, H. G. Robinson // *New Journal of Physics*. — 2010. — T. 12, № 6. — C. 065021.
51. Pestov, E. On Realization of an Extremely Small Shift of MR Frequency in a Wide Range of Operating Temperatures in Rubidium Atomic Clock

- on  $^{87}\text{Rb}$  Cell with Two Anti-Relaxation Components (Coating + Inert Gas,  $^{40}\text{Ar}$ ) / E. N. Pestov, A. Besedina, D. E. Pestov, V. V. Semenov // Applied Magnetic Resonance. — 2020. — T. 51. — C. 195–204.
52. Seltzer, S. High-temperature alkali vapor cells with antirelaxation surface coatings / S. J. Seltzer, M. V. Romalis // Journal of Applied Physics. — 2009. — T. 106, № 11.
53. Atutov, S. N. Paraffin coated rubidium cell with an internal atomic vapor source / S. N. Atutov, A. I. Plekhanov, V. A. Sorokin, S. N. Bagayev, M. N. Skvortsov, A. V. Taichenachev // The European Physical Journal D. — 2018. — T. 72, № 9. — C. 155.
54. Atutov, S. N. Peculiar long-term fluorescence of Rb atoms in a coated vapor cell / S. N. Atutov, V. A. Sorokin, S. N. Bagayev, M. N. Skvortsov, A. V. Taichenachev // The European Physical Journal D. — 2019. — T. 73, № 11. — C. 240.
55. Bhattarai, M. Study of EIT resonances in an anti-relaxation coated Rb vapor cell / M. Bhattarai, V. Bharti, V. Natarajan, A. Sargsyan, D. Sarkisyan // Physics Letters A. — 2019. — T. 383, № 1. — C. 91–96.
56. Kobtsev, S. Stability properties of an Rb CPT atomic clock with buffer-gas-free cells under dynamic excitation / S. Kobtsev, D. Radnatarov, S. Khripunov, I. Popkov, V. Andryushkov, T. Steshchenko // Journal of the Optical Society of America B. — 2019. — T. 36, № 10. — C. 2700–2704.
57. Krasteva, A. Dynamics of Optical Pumping Processes in Coated Cells Filled with Rb Vapour / A. Krasteva, E. Mariotti, Y. Dancheva, C. Marinelli, L. Marmugi, L. Stiaccini, S. Gozzini, S. Gateva, S. Cartaleva // Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences). — 2020. — T. 55, № 4. — C. 383–396.
58. Chi, H. Advances in anti-relaxation coatings of alkali-metal vapor cells / H. Chi, W. Quan, J. Zhang, L. Zhao, J. Fang // Applied Surface Science. — 2020. — T. 501. — C. 143897.

59. Bhattarai, M. Tuning of the Hanle effect from EIT to EIA using spatially separated probe and control beams / M. Bhattarai, X. Meng, A. Sargsyan, M. Shahriari, D. Sarkisyan // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 2018. — T. 50, № 2. — C. 025003.
60. Ji Y., Shang J., Gan Q., Wu L. Wafer-level micro alkali vapor cells with anti-relaxation coating compatible with MEMS packaging for chip-scale atomic magnetometers // *2017 IEEE 67th Electronic Components and Technology Conference (ECTC)*. — 2017. — IEEE, 2017. — C. 2116–2120.
61. Kobtsev, S. Stability properties of an Rb CPT atomic clock with buffer-gas-free cells under dynamic excitation / S. Kobtsev, D. Radnatarov, S. Khripunov, I. Popkov, V. Andryushkov, T. Steshchenko // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2019. — T. 36, № 10. — C. 2700–2704.
62. Sekiguchi, N. Non-negligible collisions of alkali atoms with background gas in buffer-gas-free cells coated with paraffin / N. Sekiguchi, A. Hatakeyama // *Applied Physics B*. — 2016. — T. 122. — C. 1–6.
63. Pellaton, M. Spectroscopy in a micro-fabricated Rb cell with anti-relaxation wall-coating / M. Pellaton, C. Affolderbach, G. Miletì, R. Straessle, Y. Pétremand, D. Briand, N. F. Rooij // *2014 European Frequency and Time Forum (EFTF)*. — 2014. — C. 554–557.
64. Tretiak, O. Y. Raman and nuclear magnetic resonance investigation of alkali metal vapor interaction with alkene-based anti-relaxation coating / O. Y. Tretiak, J. Blanchard, D. Budker, P. Olshin, S. Smirnov, M. Balabas // *The Journal of chemical physics*. — 2016. — T. 144, № 9.
65. Straessle, R. Microfabricated alkali vapor cell with anti-relaxation wall coating / R. Straessle, M. Pellaton, C. Affolderbach, Y. Pétremand, D. Briand, G. Miletì, N. F. de Rooij // *Applied Physics Letters*. — 2014. — T. 105, № 4.

- 66.Zhang, G. Effects of water concentration in the coating solution on the wall relaxation rate of octadecyltrichlorosilane coated rubidium vapor cells / G. Zhang, L. Wei, M. Wang, K. Zhao // *Journal of Applied Physics*. — 2015. — T. 117, № 4.
- 67.Chowdhuri, Z. Experimental study of  $^{199}\text{Hg}$  spin anti-relaxation coatings / Z. Chowdhuri, M. Fertl, M. Horras, K. Kirch, J. Krempel, B. Lauss, A. Mchedlishvili, D. Rebreyend, S. Rocchia, P. Schmidt-Wellenburg // *Applied Physics B*. — 2014. — T. 115. — C. 257–262.
- 68.Straessle, R. Low-temperature indium-bonded alkali vapor cell for chip-scale atomic clocks / R. Straessle, M. Pellaton, C. Affolderbach, Y. Pétremand, D. Briand, G. Mileti, N. F. de Rooij // *Journal of Applied Physics*. — 2013. — T. 113, № 6.
- 69.Bandi, T. Laser-pumped paraffin-coated cell rubidium frequency standard / T. Bandi, C. Affolderbach, G. Mileti // *Journal of Applied Physics*. — 2012. — T. 111, № 12.
- 70.Firstenberg, O. Theory of Dicke narrowing in coherent population trapping / O. Firstenberg, M. Shuker, A. Ben-Kish, D. Fredkin, N. Davidson, A. Ron // *Physical Review A*. — 2007. — T. 76, № 1. — C. 013818.
- 71.Harris, S. E. Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency / S. E. Harris, J. Field, A. Imamoğlu // *Physical Review Letters*. — 1990. — T. 64, № 10. — C. 1107.
- 72.Hahn, K. Nonlinear generation of 104.8 nm radiation within an absorption window in zinc / K. Hahn, D. King, S. Harris // *Physical review letters*. — 1990. — T. 65, № 22. — C. 2777.
- 73.Boller, K. J. Observation of electromagnetically induced transparency / K. J. Boller, A. Imamoğlu, S. E. Harris // *Physical Review Letters*. — 1991. — T. 66, № 20. — C. 2593.

74. Gea-Banacloche, J. Electromagnetically induced transparency in ladder-type inhomogeneously broadened media: Theory and experiment / J. Gea-Banacloche, Y.-q. Li, S.-z. Jin, M. Xiao // *Physical Review A*. — 1995. — Т. 51, № 1. — С. 576.
75. Lukin, M. Colloquium: Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles / M. Lukin // *Reviews of Modern Physics*. — 2003. — Т. 75, № 2. — С. 457.
76. Fleischhauer, M. Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media / M. Fleischhauer, A. Imamoglu, J. P. Marangos // *Reviews of modern physics*. — 2005. — Т. 77, № 2. — С. 633.
77. Zhang, R. Storage efficiency of probe pulses in an electromagnetically-induced-transparency medium / R. Zhang, X.-B. Wang // *Physical Review A*. — 2016. — Т. 94, № 6. — С. 063856.
78. Hau, L. V. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas / L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, C. H. Behroozi // *Nature*. — 1999. — Т. 397, № 6720. — С. 594–598.
79. Васильев, Н. А. Экстремальное замедление световых импульсов в атомных ловушках: полуклассическая теория / Н. А. Васильев, А. С. Трошин // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 2004. — Т. 125, № 6. — С. 1276–1282.
80. Novikova, I. Electromagnetically induced transparency-based slow and stored light in warm atoms / I. Novikova, R. L. Walsworth, Y. Xiao // *Laser & Photonics Reviews*. — 2012. — Т. 6, № 3. — С. 333–353.
81. Ramsey, N. F. A new molecular beam resonance method / N. F. Ramsey // *Physical Review*. — 1949. — Т. 76, № 7. — С. 996.
82. Mlynek, J. High-resolution coherence spectroscopy using pulse trains / J. Mlynek, W. Lange, H. Harde // *Physical Review A*. — 1981. — Т. 24. — № 2. — С. 1099.
83. Liu, X. Ramsey spectroscopy of high-contrast CPT resonances with push-pull optical pumping in Cs vapor / X. Liu, J.-M. Merolla,

- S. Guérandel, E. De Clercq, R. Boudot // *Optics express*. — 2013. — T. 21, № 10. — С. 12451–12459.
84. Yano, Y. Two-step pulse observation for Raman–Ramsey coherent population trapping atomic clocks / Y. Yano, S. Goka, M. Kajita // *Applied Physics Express*. — 2014. — T. 8, № 1. — С. 012801.
85. Kuchina, E. Effect of atomic diffusion on the Raman–Ramsey coherent population trapping resonances / E. Kuchina, E. E. Mikhailov, I. Novikova // *JOSA B*. — 2016. — T. 33, № 4. — С. 610–614.
86. Yano, Y. Two-step pulse observation to improve resonance contrast for coherent population trapping atomic clock / Y. Yano, S. Goka, M. Kajita // *Applied Physics B*. — 2017. — T. 123, № 3. — С. 67.
87. Abdel Hafiz, M. A high-performance Raman–Ramsey Cs vapor cell atomic clock / M. Abdel Hafiz, G. Coget, P. Yun, S. Guérandel, E. de Clercq, R. Boudot // *Journal of Applied Physics*. — 2017. — T. 121, № 10.
88. Boudot, R. Pulsed coherent population trapping spectroscopy in microfabricated Cs–Ne vapor cells / R. Boudot, V. Maurice, C. Gorecki, E. de Clercq // *JOSA B*. — 2018. — T. 35, № 5. — С. 1004–1010.
89. Барышев, В. Н. Метод Рамана–Рэмси импульсного возбуждения резонансов когерентного пленения населенности в  $87\text{Rb}$ -ячейке с буферным газом / В. Н. Барышев, Г. В. Осипенко, М. С. Алейников, И. Ю. Блинов // *Квантовая электроника*. — 2019. — Т. 49, № 3. — С. 283–287.
90. Micalizio, S. Raman-Ramsey resonances in atomic vapor cells: Rabi pulling and optical-density effects / S. Micalizio, A. Godone // *Physical Review A*. — 2019. — T. 99, № 4. — С. 043425.
91. Abdel Hafiz, M. Symmetric autobalanced Ramsey interrogation for high-performance coherent-population-trapping vapor-cell atomic clock / M. Abdel Hafiz, G. Coget, M. Petersen, C. Calosso, S. Guérandel,

- E. de Clercq, R. Boudot // *Applied Physics Letters*. — 2018. — T. 112, № 24.
92. Shuker, M. Ramsey spectroscopy with displaced frequency jumps / M. Shuker, J. W. Pollock, R. Boudot, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, J. Kitching, E. A. Donley // *Physical Review Letters*. — 2019. — T. 122. — №. 11. — C. 113601.
93. Basalaev, M. Y. Generalized Ramsey methods in the spectroscopy of coherent-population-trapping resonances / M. Y. Basalaev, V. I. Yudin, D. V. Kovalenko, T. Zanon-Willette, A. V. Taichenachev // *Physical Review A*. — 2020. — T. 102. — №. 1. — C. 013511.
94. Yudin, V. I. Dynamic steady state of periodically driven quantum systems / V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Y. Basalaev // *Physical Review A*. — 2016. — T. 93. — №. 1. — C. 013820.
95. Vanier, J. Coherent population trapping in cesium: Dark lines and coherent microwave emission / J. Vanier, A. Godone, F. Levi // *Physical review A*. — 1998. — T. 58. — №. 3. — C. 2345.
96. Taichenachev, A. V. Theory of dark resonances for alkali-metal vapors in a buffer-gas cell / A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, R. Wynands, M. Stähler, J. Kitching, L. Hollberg // *Physical review A*. — 2003. — T. 67. — №. 3. — C. 033810.
97. Smirnov, V. S. Stationary coherent states of atoms in resonant interaction with elliptically polarized light. Coherent trapping of populations (general theory). / V. S. Smirnov, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin // *Zh. Eksp. Teoret. Fiz.* — 1989. — T. 69. — C. 913.
98. Taichenachev, A. V. Invariant treatment of coherent population trapping in an elliptically polarized field / A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin // *Europhysics Letters*. — 1999. — T. 45. — №. 3. — C. 301.
99. Taichenachev, A. V. Pure superposition states of atoms generated by a bichromatic elliptically polarized field / A. V. Taichenachev, V. I. Yudin,

- V. L. Velichansky, A. S. Zibrov, S. A. Zibrov// *Physical Review A*. – 2006. – Т. 73. – №. 1. – С. 013812.
100. Zibrov, S. A. Experimental preparation of pure superposition states of atoms via elliptically polarized bichromatic radiation / S. A. Zibrov, V. L. Velichansky, A. S. Zibrov, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin // *Optics letters*. – 2006. – Т. 31. – №. 13. – С. 2060-2062.
101. Тайченачев, А. В. Высококонтрастные темные резонансы на D1-линии щелочных металлов в поле встречных волн / А. В. Тайченачев, В. И. Юдин, В. Л. Величанский, С. В. Каргапольцев, Р. Винандс, Д. Китчинг, Л. Холлберг // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 2004. — Т. 80, № 4. — С. 265–270.
102. Liu, X. High contrast dark resonances in a cold-atom clock probed with counterpropagating circularly polarized beams / X. Liu, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, J. Kitching, E. A. Donley// *Applied Physics Letters*. — 2017. — Т. 111. — №. 22.
103. Zanon, T. High contrast Ramsey fringes with coherent–population–trapping pulses in a double lambda atomic system / T. Zanon, S. Guérandel, E. de Clercq, D. Holleville, N. Dimarcq, A. Clairon // *Physical review letters*. — 2005. — Т. 94, № 19. — С. 193002.
104. Taichenachev, A. V. On the unique possibility of significantly increasing the contrast of dark resonances on the D1 line of  $^{87}\text{Rb}$  / A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, V. L. Velichansky, S. A. Zibrov // *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*. — 2005. — Т. 82. — С. 398–403.
105. Zibrov, S. A. Coherent-population-trapping resonances with linearly polarized light for all-optical miniature atomic clocks / S. A. Zibrov, I. Novikova, D. F. Phillips, R. L. Walsworth, A. S. Zibrov, V. L. Velichansky, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin // *Physical Review A*. — 2010. — Т. 81. — №. 1. — С. 013833.

106. Казаков, Г. Новый метод возбуждения высококонтрастного темного резонанса на D2-линии в парах  $87\text{Rb}$  / Г. Казаков, Б. Матисов, Ж. Дельпорт, Г. Милети // Письма в ЖТФ. — 2005. — Т. 31, № 13.
107. Kazakov, G. High-contrast dark resonance on the D2-line of  $87\text{Rb}$  in a vapor cell with different directions of the pump-probe waves / G. Kazakov, I. Mazets, Y. Rozhdestvensky, G. Miletì, J. Delporte, B. Matisov // The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics. — 2005. — Т. 35. — С. 445–448.
108. Kosachiov, D. Coherent phenomena in multilevel systems with closed interaction contour / D. Kosachiov, B. Matisov, Y. V. Rozhdestvensky // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 1992. — Т. 25, № 11. — С. 2473.
109. Косачев, Д. В. Чувствительность атомной системы к фазам возбуждающих полей в условиях когерентного пленения населенностей / Д. В. Косачев, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, G. Miletì, J. Delporte, B. Matisov // ЖТФ. — 1992. — Т. 62. — С. 55—59.
110. Казаков, Г. А. Темные резонансы в атомарных парах  $87\text{Rb}$  при взаимодействии с полем сонаправленных линейно-поляризованных волн различных частот / Г. А. Казаков, Б. Г. Матисов, И. Е. Мазец, Ю. В. Рождественский // Журнал технической физики. — 2006. — Т. 76, № 11. — С. 20.
111. Jau, Y.-Y. Push-pull optical pumping of pure superposition states / Y. Y. Jau, E. Miron, A. Post, N. Kuzma, W. Happer // Physical review letters. — 2004. — Т. 93, № 16. — С. 160802.
112. Post, A. Amplitude-versus frequency-modulated pumping light for coherent population trapping resonances at high buffer-gas pressure / A. Post, Y.-Y. Jau, N. Kuzma, W. Happer // Physical Review A. — 2005. — Т. 72, № 3. — С. 033417.

113. Lee, H. Sensitive detection of magnetic fields including their orientation with a magnetometer based on atomic phase coherence / H. Lee, M. Fleischhauer, M. O. Scully // *Physical Review A*. — 1998. — Т. 58. — №. 3. — С. 2587.
114. Yudin, V. I. Vector magnetometry based on electromagnetically induced transparency in linearly polarized light / V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, Y. O. Dudin, V. L. Velichansky, A. S. Zibrov, S. A. Zibrov // *Physical Review A*. — 2010. — Т. 82. — №. 3. — С. 033807.
115. Cox, K. Measurements of vector magnetic field using multiple electromagnetically induced transparency resonances in Rb vapor / K. Cox, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, I. Novikova, E. E. Mikhailov // *Physical Review A*. — 2011. — Т. 83. — № 1. — С. 015801.
116. Скалли, М. Квантовая оптика / М. Скалли, М. Зубайри // Пер. с англ. В. В. Самарцева. — М. ФИЗМАТЛИТ, 2003 — 512 с.
117. Андреева, Т. Л. Уравнение диффузии для матрицы плотности / Т. Л. Андреева // *ЖЭТФ*. — 1968. — Т. 54, № 2. — С. 641–650.
118. Варшалович, Д. А. Квантовая теория углового момента / Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский — Ленинград: Наука, 1975 — 439 с.
119. Breit, G. Measurement of nuclear spin / G. Breit, I. I. Rabi // *Physical Review*. — 1931. — Т. 38. — №. 11. — С. 2082.
120. Steck, D. A. Rubidium 87 D-line data / D. A. Steck. — 2001.— P. 29. <http://steck.us/alkalidata>.
121. Happer, W. Optical pumping / W. Happer // *Reviews of Modern Physics*. — 1972. — Т. 44, № 2. — С. 169.
122. Affolderbach, C. Light-shift suppression in laser optically pumped vapour-cell atomic frequency standards / C. Affolderbach, C. Andreeva, S. Cartaleva, T. Karaulanov, G. Miletì, D. Slavov // *Applied Physics B*. — 2005. — Т. 80. — С. 841–848.

123. Делоне, Н. Б. Динамический штарковский сдвиг атомных уровней / Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов // Успехи физических наук. — 1999. — Т. 169, № 7. — С. 753–772.
124. Зибров, С. А. Экспериментальное исследование темного псевдорезонанса на D1 линии  $^{87}\text{Rb}$  при возбуждении линейно поляризованным полем / С. А. Зибров, В. Л. Величанский, А. С. Зибров, А. В. Тайченачев, В. И. Юдин // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2005. — Т. 82. — №. 8. — С. 534–538.
125. Баранцев, К. А. Анализ кратковременной стабильности и световых сдвигов квантового стандарта частоты на основе эффекта когерентного пленения населенностей в газовой ячейке с атомами  $^{87}\text{Rb}$  / К. А. Баранцев, Е. Н. Попов, А. Н. Литвинов, В. М. Петров // Радиотехника. — 2016. — Т. № 12. — С. 164–170.
126. Steck, D. A. Cesium D Line Data / D. A. Steck. — 1998. — P. 29. <http://steck.us/alkalidata>.
127. Sun, X. L. Investigation of Ramsey spectroscopy in a lin-par-lin Ramsey coherent population trapping clock with dispersion detection / X. L. Sun, J. W. Zhang, P.F. Cheng, C. Xu, L. Zhao, and L. J. Wang, // Opt. Express. — 2016. — Т. 24, № 5 — С. 4532.
128. Warren, Z. Pulsed coherent population trapping with repeated queries for producing single-peaked high contrast Ramsey interference / Z. Warren, M. Shahriar, R. Tripathi, G. Pati // Journal of Applied Physics. — 2018. — Т. 123, № 5.
129. Steck, D. A. Rubidium 85 D Line Data / D. A. Steck. — 2008. — P. 31. <http://steck.us/alkalidata>.
130. Kupriyanov, D. Spectral dependence of coherent backscattering of light in a narrow-resonance atomic system / D. Kupriyanov, I. Sokolov, N. Larionov, P. Kulatunga, C. Sukenik, S. Balik, M. Havey // Physical Review A. — 2004. — Т. 69, № 3. — С. 033801.

131. Datsyuk, V. Diffuse light scattering dynamics under conditions of electromagnetically induced transparency / V. Datsyuk, I. Sokolov, D. Kupriyanov, M. Havey // *Physical Review A*. — 1986. — Т. 74, № 4. — С. 043812.
132. Datsyuk, V. Electromagnetically induced optical anisotropy of an ultracold atomic medium / V. Datsyuk, I. Sokolov, D. Kupriyanov, M. Havey // *Physical Review A*. — 2008. — Т. 77, № 3. — С. 033823.
133. Kuraptsev, A. Angular distribution of single-photon superradiance in a dilute and cold atomic ensemble / A. Kuraptsev, I. Sokolov, M. Havey // *Physical Review A*. — 2017. — Т. 96, № 2. — С. 023830.
134. Фофанов, Я. А. Электромагнитно-индуцированная прозрачность в газовых ячейках с антирелаксационным покрытием / Я. А. Фофанов, И. М. Соколов // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 2022. — Т. 162, № 3. — С. 297–306.
135. Autler, S. H. Stark effect in rapidly varying fields / S. H. Autler, C. H. Townes // *Physical Review*. — 1995. — Т. 100, № 2. — С. 703.
136. Sambe, H. Steady States and Quasienergies of a Quantum-Mechanical System in an Oscillating Field / H. Sambe // *Physical Review A*. — 1973. — Т. 7. — С. 2203–2213.
137. Литвинов, А. Н. Влияние движения атомов и столкновений с антирелаксационным покрытием стенок газовых ячеек на форму и сдвиг резонанса когерентного пленения населенностей / А. Н. Литвинов, И. М. Соколов // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 2021. — Т. 113, № 12. — С. 791–796.
138. Sharma, N. Anti-relaxation coating-induced velocity-dependent population re-distribution in electromagnetically induced transparency / N. Sharma, R. K. Singh, I. H. Subba, S. Chatterjee, A. Tripathi // *Applied Physics B*. — 2023. — Т. 129. — №. 5. — С. 68.